

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Галунин Сергей Александрович  
Должность: проректор по учебной работе  
Дата подписания: 12.07.2023 14:36:13  
Уникальный программный ключ:  
08ef34338325bdb0ac5a47baa5472ce36cc3fc3b

Приложение к ОПОП  
«Математическое обеспечение  
программно-информационных  
систем»



**СПбГЭТУ «ЛЭТИ»**  
ПЕРВЫЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
«Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет  
«ЛЭТИ» им. В.И.Ульянова (Ленина)»  
(СПбГЭТУ «ЛЭТИ»)

---

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

дисциплины

**«ЭЛЕМЕНТЫ ФУНКЦИОНАЛЬНОГО АНАЛИЗА»**

для подготовки бакалавров

по направлению

01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

по профилю

**«Математическое обеспечение программно-информационных систем»**

Санкт-Петербург

2022

## ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ

Разработчики:

профессор, д.ф.-м.н., доцент Коточигов А.М.

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры АМ  
27.01.2022, протокол № 2

Рабочая программа рассмотрена и одобрена учебно-методической комиссией  
ФКТИ, 24.02.2022, протокол № 7

Согласовано в ИС ИОТ

Начальник ОМОЛА Загороднюк О.В.

## 1 СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Обеспечивающий факультет	ФКТИ
Обеспечивающая кафедра	АМ
Общая трудоемкость (ЗЕТ)	3
Курс	3
Семестр	6
<b>Виды занятий</b>	
Лекции (академ. часов)	34
Практические занятия (академ. часов)	17
Иная контактная работа (академ. часов)	1
Все контактные часы (академ. часов)	52
Самостоятельная работа, включая часы на контроль (академ. часов)	56
Всего (академ. часов)	108
<b>Вид промежуточной аттестации</b>	
Дифф. зачет (курс)	3

## **2 АННОТАЦИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **«ЭЛЕМЕНТЫ ФУНКЦИОНАЛЬНОГО АНАЛИЗА»**

На основании теории изученных ранее линейных пространств рассматриваются банаховы пространства. Гильбертовы пространства. Норма линейного оператора. Достаточные условия обратимости. Итерационные методы решения уравнений. Устойчивость решения. Сходимость последовательности операторов. Теорема Банаха-Штейнгауза. Теорема Хана-Банаха о продолжении линейного функционала. Теоремы об отделимости. Задача о максимуме функционала на многоугольниках. Задача наилучшего приближения в гильбертовом пространстве. Теорема Вейерштрасса. Спектральное разложение компактного оператора.

### **SUBJECT SUMMARY**

#### **«FUNCTIONAL ANALYSIS»**

Linear space. Banasch space. Hilbert spaces. Norm of linear operator. Condition of invertibility of linear operator. Fixity of solution of linear equation. Convergence of sequins of operators. Theorem Schana – Banasch. Theorems separation. Linear optimization. Spectral theorem.

## **3 ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ**

### **3.1 Цели и задачи дисциплины**

1. Цели дисциплины: рассмотрение методологии математического подхода к анализу инженерных и естественнонаучных задач, проблем из других областей.

2. В рамках этой цели решаются задачи:

-изучение основных объектов и связывающий их закономерностей, необходимых для построения моделей, использующих пространств неограниченной размерности;

-формирование навыков математического моделирования, проведения расчетов характеристик моделей;

-освоение современные методы анализа линейных операторов в функциональных пространствах.

3. В результате изучения курса студенты должны получить знания:

-о свойствах и областях приложения основных методов функционального анализа;

-основных структур и их приложениях в задачах моделирования.

4. В результате изучения дисциплины студенты должны приобрести умения:

-применять методы функционального анализа к математическим моделям явлений, описываемых функционально;

-строить модели прикладных задач.

5. В результате изучения дисциплины студенты должны овладеть навыками использования методов функционального анализа при решении прикладных задач.

### **3.2 Место дисциплины в структуре ОПОП**

Дисциплина изучается на основе ранее освоенных дисциплин учебного плана:

1. «Алгебра и геометрия»
2. «Математический анализ»
3. «Вычислительная математика»
4. «Дифференциальные уравнения»

и обеспечивает изучение последующих дисциплин:

1. «Статистические методы обработки экспериментальных данных»
2. «Цифровая обработка изображений»

### 3.3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате освоения образовательной программы обучающийся должен достичь следующие результаты обучения по дисциплине:

<b>Код компетенции/ индикатора компетенции</b>	<b>Наименование компетенции/индикатора компетенции</b>
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности
<i>ОПК-1.2</i>	<i>Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования</i>

## 4 СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 4.1 Содержание разделов дисциплины

#### 4.1.1 Наименование тем и часы на все виды нагрузки

№ п/п	Наименование темы дисциплины	Лек, ач	Пр, ач	ИКР, ач	СР, ач
1	Введение	1	0		0
2	Линейные нормированные пространства	4	2		8
3	Линейные операторы	6	4		12
4	Линейные функционалы. Теоремы отделимости	8	4		12
5	Задачи аппроксимации	6	2		12
6	Спектральная теорема	8	5		12
7	Заключение	1		1	0
	Итого, ач	34	17	1	56
	Из них ач на контроль	0	0	0	0
	Общая трудоемкость освоения, ач/зе	108/3			

#### 4.1.2 Содержание

№ п/п	Наименование темы дисциплины	Содержание
1	Введение	Место и значение функционального анализа в круге математических дисциплин.
2	Линейные нормированные пространства	Линейные топологические пространства. Норма в линейном пространстве. Полнота. Банаховы пространства. Примеры банаховых пространств. Скалярное произведение и его свойств. Гильбертовы пространства.
3	Линейные операторы	Непрерывность и ограниченность линейного оператора. Норма линейного оператора. Примеры вычисления норм. Достаточные условия обратимости. Итерационные методы решения уравнений. Устойчивость решения. Оценка устойчивости решения в терминах нормы линейного оператора. Сходимость последовательности операторов. Теорема Банаха-Штейнгауза.
4	Линейные функционалы. Теоремы отделимости	Сопряженное пространство. Свойства функционалов. Примеры описаний сопряженных пространств. Теорема Хана-Банаха о продолжении линейного функционала. Теоремы об отделимости. Задача о максимуме функционала на многоугольнике.



№ п/п	Наименование темы дисциплины	Содержание
5	Задачи аппроксимации	Задача наилучшего приближения в гильбертовом пространстве. Алгоритм решения конечномерных задач. Ортогональные многочлены. Теорема Вейерштрасса. Условия Чебышева для единственности наилучшего приближения.
6	Спектральная теорема	Положительные и компактные операторы и их свойства. Свойства проекторов. Достаточное условие существования собственного числа. Спектральное разложение компактного оператора.
7	Заключение	Использование функционального анализа в математическом моделировании.

#### 4.2 Перечень лабораторных работ

Лабораторные работы не предусмотрены.

#### 4.3 Перечень практических занятий

Наименование практических занятий	Количество ауд. часов
1. Вычисление нормы элемента банахова пространства.	1
2. Геометрические свойства гильбертовых пространств.	2
3. Нормы операторов в конечномерном пространстве. Число обусловленности.	2
4. Способы задания и продолжения линейного функционала.	2
5. Поиск максимума линейного функционала на многограннике.	2
6. Приближение элементов гильбертова пространства.	3
7. Ортогональные многочлены.	2
8. Применение спектральной теоремы для решения уравнений.	3
Итого	17

#### 4.4 Курсовое проектирование

Курсовая работа (проект) не предусмотрены.

#### 4.5 Реферат

Реферат не предусмотрен.

## 4.6 Индивидуальное домашнее задание

### Тематика ИДЗ:

- ИДЗ №1. ”Вычисление нормы, заданной многоугольником”;
- ИДЗ №2. ”Вычисление нормы и числа обусловленности в разных нормах”;
- ИДЗ №3. ”Задача оптимизации на многограннике”.

### Требования к отчету.

В отчет должны войти:

1. Набор граничных примеров и контрпримеров, демонстрирующих вычисления.
2. Исходный код и исполняемый файл программы.

### Требования по оформлению ИДЗ:

- Формат оформления: произвольный формат (печатный или рукописный). При выборе печатного формата следует использовать редакторы Word или Excel. При выборе рукописного формата следует оформить работу на двойных листах в клетку или листах формата А4, или в тетради (в клетку) объемом не более 12 листов.
- При рукописном оформлении ИДЗ следует писать аккуратно черными или синими чернилами, с обязательным использованием линейки и карандаша при выполнении чертежей. При печатном оформлении ИДЗ рекомендуется использовать шрифт Times New Roman, Calibri или Ariel; размер шрифта 12-14 пунктов, межстрочный интервал 1,15-1,5 пунктов. Каждую задачу следует оформлять на новом листе.
- Таблицы и рисунки следует оформлять, придерживаясь сквозного просмотра. Т.е. если в задаче предусмотрена таблица или рисунок, то они должны быть приведены внутри или в конце решаемой задачи. Общее приложение для все рисунков и таблиц не предусматривается.

- Объем ИДЗ зависит только от количества задач и/или заданий. каждая задача должна содержать исходные данные, решение и ответ.
- Количество используемых источников не ограничено.
- Каждое ИДЗ состоит из: титульного листа (название дисциплины, ФИО, звание преподавателя, номер группы, ФИО студента, номер варианта, дата сдачи работы) списка решенных задач и/или заданий, списка используемых источников.
- Формат сдачи работы зависит от общих требований Университета (при очном обучении - ИДЗ сдается преподавателю в письменном виде или печатном виде; при дистанционном обучении - в печатном или электронном виде работы размещается в Moodle или отправляются преподавателю на электронную почту).

#### **4.7 Доклад**

Доклад не предусмотрен.

#### **4.8 Кейс**

Кейс не предусмотрен.

#### **4.9 Организация и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы**

Изучение дисциплины сопровождается самостоятельной работой студентов с рекомендованными преподавателем литературными источниками и информационными ресурсами сети Интернет.

Планирование времени для изучения дисциплины осуществляется на весь период обучения, предусматривая при этом регулярное повторение пройденного материала. Обучающимся, в рамках внеаудиторной самостоятельной рабо-

ты, необходимо регулярно дополнять сведениями из литературных источников материал, законспектированный на лекциях. При этом на основе изучения рекомендованной литературы целесообразно составить конспект основных положений, терминов и определений, необходимых для освоения разделов учебной дисциплины.

Особое место уделяется консультированию, как одной из форм обучения и контроля самостоятельной работы. Консультирование предполагает особым образом организованное взаимодействие между преподавателем и студентами, при этом предполагается, что консультант либо знает готовое решение, которое он может предписать консультируемому, либо он владеет способами деятельности, которые указывают путь решения проблемы.

<b>Текущая СРС</b>	<b>Примерная трудоемкость, ач</b>
Работа с лекционным материалом, с учебной литературой	12
Опережающая самостоятельная работа (изучение нового материала до его изложения на занятиях)	6
Самостоятельное изучение разделов дисциплины	0
Выполнение домашних заданий, домашних контрольных работ	20
Подготовка к лабораторным работам, к практическим и семинарским занятиям	10
Подготовка к контрольным работам, коллоквиумам	0
Выполнение расчетно-графических работ	0
Выполнение курсового проекта или курсовой работы	0
Поиск, изучение и презентация информации по заданной проблеме, анализ научных публикаций по заданной теме	0
Работа над междисциплинарным проектом	0
Анализ данных по заданной теме, выполнение расчетов, составление схем и моделей, на основе собранных данных	0
Подготовка к зачету, дифференцированному зачету, экзамену	8
<b>ИТОГО СРС</b>	<b>56</b>

## 5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

### 5.1 Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины

№ п/п	Название, библиографическое описание	К-во экз. в библи.
Основная литература		
1	Основы функционального анализа [Текст] : Метод. указания по курсу "Мат. анализ" / Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет им. В.И. Ульянова (Ленина) "ЛЭТИ", 2003. -32 с	неогр.
2	Канторович, Леонид Витальевич. Функциональный анализ [Текст] / Л.В. Канторович, Г.П. Акилов, 1984. -750 с.	11
3	Колмогоров, Андрей Николаевич. Элементы теории функций и функционального анализа [Текст] : учеб. для мат. специальностей вузов / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин, 1976. -543 с.	35
4	Коточигов, Александр Михайлович. Лекции по функциональному анализу [Текст] : учеб. пособие / А. М. Коточигов, И. Г. Зельвенский, 2017. -90 с.	24
Дополнительная литература		
1	Королев А. С. Функциональный анализ систем с использованием средств моделирования системной инженерии [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие, 2020. -108 с.	неогр.
2	Белюсова Е. П. Функциональный анализ [Электронный ресурс] : методические указания для вузов, 2016. -25 с.	неогр.

### 5.2 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», используемых при освоении дисциплины

№ п/п	Электронный адрес
1	Краткий курс функционального анализа <a href="https://e.lanbook.com/book/210290?category=911">https://e.lanbook.com/book/210290?category=911</a>
2	Студенческая лаборатория кафедры АМ СПбГЭТУ "ЛЭТИ" <a href="http://vk.etu.ru/">http://vk.etu.ru/</a>

### 5.3 Адрес сайта курса

Адрес сайта курса: <https://vec.etu.ru/moodle/course/view.php?id=10677>

## 6 Критерии оценивания и оценочные материалы

### 6.1 Критерии оценивания

Для дисциплины «Элементы функционального анализа» предусмотрены следующие формы промежуточной аттестации: зачет с оценкой.

#### Зачет с оценкой

<b>Оценка</b>	<b>Описание</b>
Неудовлетворительно	Курс не освоен. Студент испытывает серьезные трудности при ответе на ключевые вопросы дисциплины
Удовлетворительно	Студент в целом овладел курсом, но некоторые разделы освоены на уровне определений и формулировок теорем
Хорошо	Студент овладел курсом, но в отдельных вопросах испытывает затруднения. Умеет решать задачи
Отлично	Студент демонстрирует полное овладение курсом, способен применять полученные знания при решении конкретных задач.

## Особенности допуска

Для допуска необходимо посетить не менее 80 % занятий по дисциплине и выполнение и защита ИДЗ.

Оценка дифференцированного зачета полностью базируется на текущем контроле:

-для получения оценки "отлично" необходимо успешно защитить одно из заданий на практических занятиях и получить хорошую оценку по остальным заданиям;

-для получения оценки "хорошо" надо сдать правильно выполненные задания в месячный срок после выдачи, снабдив решение необходимыми сведениями из теории;

-оценка "удовлетворительно" выставляется, если задания были выполнены верно, но сданы с опозданием, или в выполненных заданиях присутствовали существенные ошибки, которые были исправлены к концу семестра;

-оценка "неудовлетворительно" выставляется, если задания не были выполнены или в выполненных заданиях присутствовали существенные ошибки, которые не были исправлены к концу семестра.

## 6.2 Оценочные материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

### Вопросы к дифф.зачету

№ п/п	Описание
1	Определение нормы в линейном пространстве. Гильбертово пространство. Равенство параллелограмма.
2	Норма Минковского. Алгоритм вычисления нормы, заданной многогранником в $R^3$ .
3	Норма оператора. Вывод оценки для $\ Ax\ $ ( $A=A^*$ ).
4	Условие на оператор $B$ , гарантирующее обратимость $A=I-B$ .
5	Метод итераций для $Ax=b$ .
6	Мера Лебега: план построения и свойства.
7	Измеримые функции. Интеграл Лебега от простой функции.
8	Мера на отрезке, порожденная монотонной функцией: алгоритм вычисления.

9	Формулировка теоремы о продолжении функционала. Формулировка теоремы об отделимости точки от множества.
10	Необходимое условие пустоты пересечения полупространств.
11	Постановка задачи о наибольшем значении функционала. Критерий достижимости в точке наибольшего значения функционала на пересечении полупространств.
12	Аппроксимация в гильбертовом пространстве: найти расстояние в $L^2(0,1)$ от $x^2$ до линейной оболочки $1, x$ .
13	Спектр оператора. Сопряженный оператор. Компактный оператор.
14	Достаточное условие существования собственного числа у линейного оператора.
15	Размерность собственного подпространства у компактного оператора.
16	Оператор проектирования. Свойства проекторов.
17	Спектральная теорема: формулировка и план доказательства.

Весь комплект контрольно-измерительных материалов для проверки сформированности компетенции (индикатора компетенции) размещен в закрытой части по адресу, указанному в п. 5.3



### 6.3 График текущего контроля успеваемости

Неделя	Темы занятий	Вид контроля
2	Линейные нормированные пространства Линейные операторы	
3		
4		
5		
6		ИДЗ / ИДРГЗ / ИДРЗ
7	Линейные функционалы. Теоремы отделимости	
8		
9		
10		
11		ИДЗ / ИДРГЗ / ИДРЗ
12	Задачи аппроксимации Спектральная теорема	
13		
14		
15		
16		ИДЗ / ИДРГЗ / ИДРЗ

### 6.4 Методика текущего контроля

#### на лекционных занятиях

Текущий контроль включает в себя контроль посещаемости (не менее **80** % занятий).

#### на практических занятиях

Текущий контроль включает в себя контроль посещаемости (не менее **80** % занятий).

В процессе обучения по дисциплине студент обязан выполнить индивидуальные домашние задания (ИДЗ). После его выполнения предусматривается проверка ИДЗ преподавателем, а далее защита выполненной работы над ошибками, если это необходимо. Выполнение ИДЗ и оформление решения студентами осуществляется индивидуально или группой. Текущий контроль включает в себя выполнение, сдачу в срок ИДЗ. Варианты ИДЗ приведены в оценочных материалах для проведения ТК и промежуточной аттестации.

Методика оценивания ИДЗ:

”отлично”, если ИДЗ выполнено в полном объеме;

”хорошо”, если ИДЗ выполнено с частичными замечаниями;

”удовлетворительно”, если ИДЗ выполнено с существенными замечаниями;

”неудовлетворительно”, если ИДЗ не выполнено .

Критерии оценивания защиты ИДЗ:

”отлично” - защита решения проведена без ошибок, обоснована теоретически;

”хорошо” - защита решения проведена без ошибок, но обоснования не всегда полны;

”удовлетворительно” - защита решения проведена без ошибок, но не все обоснования приведены корректно;

”неудовлетворительно”- при защите решения студент не ориентируется в выполненном ИДЗ, не видит связи между приводимыми формулами, утверждениями и ходом решения, не понимает их смысла.

В ходе проведения практических занятий целесообразно привлечение студентов к как можно более активному участию в дискуссиях, решении задач, обсуждениях и т. д. При этом активность студентов также может учитываться преподавателем, как один из способов текущего контроля на практических занятиях.

### **самостоятельной работы студентов**

Контроль самостоятельной работы студентов осуществляется на лекционных, практических занятиях студентов по методикам, описанным выше.

## 7 Описание информационных технологий и материально-технической базы

Тип занятий	Тип помещения	Требования к помещению	Требования к программному обеспечению
Лекция	Лекционная аудитория	Количество посадочных мест – в соответствии с контингентом, рабочее место преподавателя, проектор, компьютер или ноутбук, экран, маркерная или меловая доска.	Свободно распространяемое ПО или ПО, разработанное в РФ, соответствующее по характеристикам Windows XP, Microsoft Office 2007 и выше.
Практические занятия	Аудитория	Количество посадочных мест – в соответствии с контингентом, рабочее место преподавателя, проектор, компьютер или ноутбук, экран, маркерная или меловая доска.	Свободно распространяемое ПО или ПО, разработанное в РФ, соответствующее по характеристикам Windows XP, Microsoft Office 2007 и выше.
Самостоятельная работа	Помещение для самостоятельной работы	Оснащено компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.	Свободно распространяемое ПО или ПО, разработанное в РФ, соответствующее по характеристикам Windows XP, Microsoft Office 2007 и выше.

## **8 Адаптация рабочей программы для лиц с ОВЗ**

Адаптированная программа разрабатывается при наличии заявления со стороны обучающегося (родителей, законных представителей) и медицинских показаний (рекомендациями психолого-медико-педагогической комиссии). Для инвалидов адаптированная образовательная программа разрабатывается в соответствии с индивидуальной программой реабилитации.

## ЛИСТ РЕГИСТРАЦИИ ИЗМЕНЕНИЙ

<b>№ п/п</b>	<b>Дата</b>	<b>Изменение</b>	<b>Дата и номер протокола заседания УМК</b>	<b>Автор</b>	<b>Начальник ОМОЛА</b>