

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Галунин Сергей Александрович
Должность: проректор по учебной работе
Дата подписания: 18.07.2023 17:12:32
Уникальный программный ключ:
08ef34338325bdb0ac5a47baa5472ce36cc3fc3b

Приложение к ОПОП
«Системы искусственного интел-
лекта»



СПбГЭТУ «ЛЭТИ»
ПЕРВЫЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
**«Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет
«ЛЭТИ» им. В.И.Ульянова (Ленина)»
(СПбГЭТУ «ЛЭТИ»)»**

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

ДИСЦИПЛИНЫ

«ЭЛЕМЕНТЫ ФУНКЦИОНАЛЬНОГО АНАЛИЗА»

для подготовки бакалавров

по направлению

01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

по профилю

«Системы искусственного интеллекта»

Санкт-Петербург

2023

ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ

Разработчики:

профессор, д.ф.-м.н., доцент Коточигов А.М.

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры АМ
28.09.2022, протокол № 2

Рабочая программа рассмотрена и одобрена учебно-методической комиссией
ФКТИ, 29.09.2022, протокол № 7

Согласовано в ИС ИОТ

Начальник ОМОЛА Загороднюк О.В.

1 СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Обеспечивающий факультет	ФКТИ
Обеспечивающая кафедра	АМ
Общая трудоемкость (ЗЕТ)	3
Курс	3
Семестр	6
Виды занятий	
Лекции (академ. часов)	34
Практические занятия (академ. часов)	17
Иная контактная работа (академ. часов)	1
Все контактные часы (академ. часов)	52
Самостоятельная работа, включая часы на контроль (академ. часов)	56
Всего (академ. часов)	108
Вид промежуточной аттестации	
Дифф. зачет (курс)	3

2 АННОТАЦИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

«ЭЛЕМЕНТЫ ФУНКЦИОНАЛЬНОГО АНАЛИЗА»

На основании теории изученных ранее линейных пространств рассматриваются банаховы пространства. Гильбертовы пространства. Норма линейного оператора. Достаточные условия обратимости. Итерационные методы решения уравнений. Устойчивость решения. Сходимость последовательности операторов. Теорема Банаха-Штейнгауза. Теорема Хана-Банаха о продолжении линейного функционала. Теоремы об отделимости. Задача о максимуме функционала на многоугольниках. Задача наилучшего приближения в гильбертовом пространстве. Теорема Вейерштрасса. Спектральное разложение компактного оператора.

SUBJECT SUMMARY

«FUNCTIONAL ANALYSIS»

Linear space. Banasch space. Hilbert spaces. Norm of linear operator. Condition of invertibility of linear operator. Fixity of solution of linear equation. Convergence of sequins of operators. Theorem Schana – Banasch. Theorems separation. Linear optimization. Spectral theorem.

3 ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

3.1 Цели и задачи дисциплины

1. Цели дисциплины: рассмотрение методологии математического подхода к анализу инженерных и естественнонаучных задач, проблем из других областей.

2. В рамках этой цели решаются задачи:

-изучение основных объектов и связывающий их закономерностей, необходимых для построения моделей, использующих пространств неограниченной размерности;

-формирование навыков математического моделирования, проведения расчетов характеристик моделей;

-освоение современные методы анализа линейных операторов в функциональных пространствах.

3. В результате изучения курса студенты должны получить знания:

-о свойствах и областях приложения основных методов функционального анализа;

-основных структур и их приложениях в задачах моделирования.

4. В результате изучения дисциплины студенты должны приобрести умения:

-применять методы функционального анализа к математическим моделям явлений, описываемых функционально;

-строить модели прикладных задач.

5. В результате изучения дисциплины студенты должны овладеть навыками использования методов функционального анализа при решении прикладных задач.

3.2 Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина изучается на основе ранее освоенных дисциплин учебного плана:

1. «Алгебра и геометрия»
2. «Математический анализ»
3. «Вычислительная математика»
4. «Дифференциальные уравнения»

и обеспечивает изучение последующих дисциплин:

1. «Искусственные нейронные сети»
2. «Обработка сигналов»
3. «Цифровая обработка изображений»

3.3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате освоения образовательной программы обучающийся должен достичь следующие результаты обучения по дисциплине:

Код компетенции/ индикатора компетенции	Наименование компетенции/индикатора компетенции
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности
<i>ОПК-1.2</i>	<i>Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования</i>

4 СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1 Содержание разделов дисциплины

4.1.1 Наименование тем и часы на все виды нагрузки

№ п/п	Наименование темы дисциплины	Лек, ач	Пр, ач	ИКР, ач	СР, ач
1	Введение	1	0		0
2	Линейные нормированные пространства	4	2		8
3	Линейные операторы	6	4		12
4	Линейные функционалы. Теоремы отделимости	8	4		12
5	Задачи аппроксимации	6	2		12
6	Спектральная теорема	8	5		12
7	Заключение	1		1	0
	Итого, ач	34	17	1	56
	Из них ач на контроль	0	0	0	0
	Общая трудоемкость освоения, ач/зе	108/3			

4.1.2 Содержание

№ п/п	Наименование темы дисциплины	Содержание
1	Введение	Место и значение функционального анализа в круге математических дисциплин.
2	Линейные нормированные пространства	Линейные топологические пространства. Норма в линейном пространстве. Полнота. Банаховы пространства. Примеры банаховых пространств. Скалярное произведение и его свойств. Гильбертовы пространства.
3	Линейные операторы	Непрерывность и ограниченность линейного оператора. Норма линейного оператора. Примеры вычисления норм. Достаточные условия обратимости. Итерационные методы решения уравнений. Устойчивость решения. Оценка устойчивости решения в терминах нормы линейного оператора. Сходимость последовательности операторов. Теорема Банаха-Штейнгауза.
4	Линейные функционалы. Теоремы отделимости	Сопряженное пространство. Свойства функционалов. Примеры описаний сопряженных пространств. Теорема Хана-Банаха о продолжении линейного функционала. Теоремы об отделимости. Задача о максимуме функционала на многоугольнике.

№ п/п	Наименование темы дисциплины	Содержание
5	Задачи аппроксимации	Задача наилучшего приближения в гильбертовом пространстве. Алгоритм решения конечномерных задач. Ортогональные многочлены. Теорема Вейерштрасса. Условия Чебышева для единственности наилучшего приближения.
6	Спектральная теорема	Положительные и компактные операторы и их свойства. Свойства проекторов. Достаточное условие существования собственного числа. Спектральное разложение компактного оператора.
7	Заключение	Использование функционального анализа в математическом моделировании.

4.2 Перечень лабораторных работ

Лабораторные работы не предусмотрены.

4.3 Перечень практических занятий

Наименование практических занятий	Количество ауд. часов
1. Вычисление нормы элемента банахова пространства.	1
2. Геометрические свойства гильбертовых пространств.	2
3. Нормы операторов в конечномерном пространстве. Число обусловленности.	2
4. Способы задания и продолжения линейного функционала.	2
5. Поиск максимума линейного функционала на многограннике.	2
6. Приближение элементов гильбертова пространства.	3
7. Ортогональные многочлены.	2
8. Применение спектральной теоремы для решения уравнений.	3
Итого	17

4.4 Курсовое проектирование

Курсовая работа (проект) не предусмотрены.

4.5 Реферат

Реферат не предусмотрен.

4.6 Индивидуальное домашнее задание

Тематика ИДЗ:

- ИДЗ №1. "Вычисление нормы, заданной многоугольником";
- ИДЗ №2. "Вычисление нормы и числа обусловленности в разных нормах";
- ИДЗ №3. "Задача оптимизации на многограннике".

Требования к отчету.

В отчет должны войти:

1. Набор граничных примеров и контрпримеров, демонстрирующих вычисления.
2. Исходный код и исполняемый файл программы.

Требования по оформлению ИДЗ:

- Формат оформления: произвольный формат (печатный или рукописный). При выборе печатного формата следует использовать редакторы Word или Excel. При выборе рукописного формата следует оформить работу на двойных листах в клетку или листах формата А4, или в тетради (в клетку) объемом не более 12 листов.
- При рукописном оформлении ИДЗ следует писать аккуратно черными или синими чернилами, с обязательным использованием линейки и карандаша при выполнении чертежей. При печатном оформлении ИДЗ рекомендуется использовать шрифт Times New Roman, Calibri или Ariel; размер шрифта 12-14 пунктов, межстрочный интервал 1,15-1,5 пунктов. Каждую задачу следует оформлять на новом листе.
- Таблицы и рисунки следует оформлять, придерживаясь сквозного просмотра. Т.е. если в задаче предусмотрена таблица или рисунок, то они должны быть приведены внутри или в конце решаемой задачи. Общее приложение для все рисунков и таблиц не предусматривается.

- Объем ИДЗ зависит только от количества задач и/или заданий. каждая задача должна содержать исходные данные, решение и ответ.
- Количество используемых источников не ограничено.
- Каждое ИДЗ состоит из: титульного листа (название дисциплины, ФИО, звание преподавателя, номер группы, ФИО студента, номер варианта, дата сдачи работы) списка решенных задач и/или заданий, списка используемых источников.
- Формат сдачи работы зависит от общих требований Университета (при очном обучении - ИДЗ сдается преподавателю в письменном виде или печатном виде; при дистанционном обучении - в печатном или электронном виде работы размещается в Moodle или отправляются преподавателю на электронную почту).

4.7 Доклад

Доклад не предусмотрен.

4.8 Кейс

Кейс не предусмотрен.

4.9 Организация и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы

Изучение дисциплины сопровождается самостоятельной работой студентов с рекомендованными преподавателем литературными источниками и информационными ресурсами сети Интернет.

Планирование времени для изучения дисциплины осуществляется на весь период обучения, предусматривая при этом регулярное повторение пройденного материала. Обучающимся, в рамках внеаудиторной самостоятельной рабо-

ты, необходимо регулярно дополнять сведениями из литературных источников материал, законспектированный на лекциях. При этом на основе изучения рекомендованной литературы целесообразно составить конспект основных положений, терминов и определений, необходимых для освоения разделов учебной дисциплины.

Особое место уделяется консультированию, как одной из форм обучения и контроля самостоятельной работы. Консультирование предполагает особым образом организованное взаимодействие между преподавателем и студентами, при этом предполагается, что консультант либо знает готовое решение, которое он может предписать консультируемому, либо он владеет способами деятельности, которые указывают путь решения проблемы.

Текущая СРС	Примерная трудоемкость, ач
Работа с лекционным материалом, с учебной литературой	12
Опережающая самостоятельная работа (изучение нового материала до его изложения на занятиях)	6
Самостоятельное изучение разделов дисциплины	0
Выполнение домашних заданий, домашних контрольных работ	20
Подготовка к лабораторным работам, к практическим и семинарским занятиям	10
Подготовка к контрольным работам, коллоквиумам	0
Выполнение расчетно-графических работ	0
Выполнение курсового проекта или курсовой работы	0
Поиск, изучение и презентация информации по заданной проблеме, анализ научных публикаций по заданной теме	0
Работа над междисциплинарным проектом	0
Анализ данных по заданной теме, выполнение расчетов, составление схем и моделей, на основе собранных данных	0
Подготовка к зачету, дифференцированному зачету, экзамену	8
ИТОГО СРС	56

5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

5.1 Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины

№ п/п	Название, библиографическое описание	К-во экз. в библи.
Основная литература		
1	Основы функционального анализа [Текст] : Метод. указания по курсу "Мат. анализ" / Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет им. В.И. Ульянова (Ленина) "ЛЭТИ", 2003. -32 с	неогр.
2	Канторович, Леонид Витальевич. Функциональный анализ [Текст] / Л.В. Канторович, Г.П. Акилов, 1984. -750 с.	11
3	Колмогоров, Андрей Николаевич. Элементы теории функций и функционального анализа [Текст] : учеб. для мат. специальностей вузов / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин, 1976. -543 с.	35
4	Коточигов, Александр Михайлович. Лекции по функциональному анализу [Текст] : учеб. пособие / А. М. Коточигов, И. Г. Зельвенский, 2017. -90 с.	24
Дополнительная литература		
1	Королев А. С. Функциональный анализ систем с использованием средств моделирования системной инженерии [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие, 2020. -108 с.	неогр.
2	Белюсова Е. П. Функциональный анализ [Электронный ресурс] : методические указания для вузов, 2016. -25 с.	неогр.

5.2 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», используемых при освоении дисциплины

№ п/п	Электронный адрес
1	Краткий курс функционального анализа https://www.litres.ru/v-i-sobolev/kratkiy-kurs-funkcionalnogo-analiza-66001130/
2	Студенческая лаборатория кафедры АМ СПбГЭТУ "ЛЭТИ" https://docs.google.com/document/d/1Rik2wytBhtEYLkBfE3qSu

5.3 Адрес сайта курса

Адрес сайта курса: <https://vec.etu.ru/moodle/course/view.php?id=10677>

6 Критерии оценивания и оценочные материалы

6.1 Критерии оценивания

Для дисциплины «Элементы функционального анализа» предусмотрены следующие формы промежуточной аттестации: зачет с оценкой.

Зачет с оценкой

Оценка	Описание
Неудовлетворительно	Курс не освоен. Студент испытывает серьезные трудности при ответе на ключевые вопросы дисциплины
Удовлетворительно	Студент в целом овладел курсом, но некоторые разделы освоены на уровне определений и формулировок теорем
Хорошо	Студент овладел курсом, но в отдельных вопросах испытывает затруднения. Умеет решать задачи
Отлично	Студент демонстрирует полное овладение курсом, способен применять полученные знания при решении конкретных задач.

Особенности допуска

Для допуска необходимо посетить не менее 80 % занятий по дисциплине. Оценка дифференцированного зачета полностью базируется на текущем контроле:

-для получения оценки "отлично" необходимо успешно защитить одно из заданий на практических занятиях и получить хорошую оценку по остальным заданиям;

-для получения оценки "хорошо" надо сдать правильно выполненные задания в месячный срок после выдачи, снабдив решение необходимыми сведениями из теории;

-оценка "удовлетворительно" выставляется, если задания были выполнены верно, но сданы с опозданием, или в выполненных заданиях присутствовали существенные ошибки, которые были исправлены к концу семестра;

-оценка "неудовлетворительно" выставляется, если задания не были выполнены или в выполненных заданиях присутствовали существенные ошибки, которые не были исправлены к концу семестра.

6.2 Оценочные материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Вопросы к дифф.зачету

№ п/п	Описание
1	Определение нормы в линейном пространстве. Гильбертово пространство. Равенство параллелограмма.
2	Норма Минковского. Алгоритм вычисления нормы, заданной многогранником в R^3 .
3	Норма оператора. Вывод оценки для $\ Ax\ $ ($A=A^*$).
4	Условие на оператор B , гарантирующее обратимость $A=I-B$.
5	Метод итераций для $Ax=b$.
6	Мера Лебега: план построения и свойства.
7	Измеримые функции. Интеграл Лебега от простой функции.
8	Мера на отрезке, порожденная монотонной функцией: алгоритм вычисления.

9	Формулировка теоремы о продолжении функционала. Формулировка теоремы об отделимости точки от множества.
10	Необходимое условие пустоты пересечения полупространств.
11	Постановка задачи о наибольшем значении функционала. Критерий достижимости в точке наибольшего значения функционала на пересечении полупространств.
12	Аппроксимация в гильбертовом пространстве: найти расстояние в $L^2(0,1)$ от x^2 до линейной оболочки $1, x$.
13	Спектр оператора. Сопряженный оператор. Компактный оператор.
14	Достаточное условие существования собственного числа у линейного оператора.
15	Размерность собственного подпространства у компактного оператора.
16	Оператор проектирования. Свойства проекторов.
17	Спектральная теорема: формулировка и план доказательства.

Весь комплект контрольно-измерительных материалов для проверки сформированности компетенции (индикатора компетенции) размещен в закрытой части по адресу, указанному в п. 5.3

6.3 График текущего контроля успеваемости

Неделя	Темы занятий	Вид контроля
2	Линейные нормированные пространства Линейные операторы	
3		
4		
5		
6		ИДЗ / ИДРГЗ / ИДРЗ
7	Линейные функционалы. Теоремы отделимости	
8		
9		
10		
11		ИДЗ / ИДРГЗ / ИДРЗ
12	Задачи аппроксимации Спектральная теорема	
13		
14		
15		
16		ИДЗ / ИДРГЗ / ИДРЗ

6.4 Методика текущего контроля

на лекционных занятиях

Текущий контроль включает в себя контроль посещаемости (не менее **80** % занятий).

на практических занятиях

Текущий контроль включает в себя контроль посещаемости (не менее **80** % занятий).

В процессе обучения по дисциплине студент обязан выполнить индивидуальные домашние задания (ИДЗ). После его выполнения предусматривается проверка ИДЗ преподавателем, а далее защита выполненной работы над ошибками, если это необходимо. Выполнение ИДЗ и оформление решения студентами осуществляется индивидуально или группой. Текущий контроль включает в себя выполнение, сдачу в срок ИДЗ. Варианты ИДЗ приведены в оценочных материалах для проведения ТК и промежуточной аттестации.

Методика оценивания ИДЗ:

”отлично”, если ИДЗ выполнено в полном объеме;

”хорошо”, если ИДЗ выполнено с частичными замечаниями;

”удовлетворительно”, если ИДЗ выполнено с существенными замечаниями;

”неудовлетворительно”, если ИДЗ не выполнено .

Критерии оценивания защиты ИДЗ:

”отлично” - защита решения проведена без ошибок, обоснована теоретически;

”хорошо” - защита решения проведена без ошибок, но обоснования не всегда полны;

”удовлетворительно” - защита решения проведена без ошибок, но не все обоснования приведены корректно;

”неудовлетворительно” - при защите решения студент не ориентируется в выполненном ИДЗ, не видит связи между приводимыми формулами, утверждениями и ходом решения, не понимает их смысла.

В ходе проведения практических занятий целесообразно привлечение студентов к как можно более активному участию в дискуссиях, решении задач, обсуждениях и т. д. При этом активность студентов также может учитываться преподавателем, как один из способов текущего контроля на практических занятиях.

самостоятельной работы студентов

Контроль самостоятельной работы студентов осуществляется на лекционных, практических занятиях студентов по методикам, описанным выше.

7 Описание информационных технологий и материально-технической базы

Тип занятий	Тип помещения	Требования к помещению	Требования к программному обеспечению
Лекция	Лекционная аудитория	Количество посадочных мест – в соответствии с контингентом, рабочее место преподавателя, проектор, компьютер или ноутбук, экран, маркерная или меловая доска.	Свободно распространяемое ПО или ПО, разработанное в РФ, соответствующее по характеристикам Windows XP, Microsoft Office 2007 и выше.
Практические занятия	Аудитория	Количество посадочных мест – в соответствии с контингентом, рабочее место преподавателя, проектор, компьютер или ноутбук, экран, маркерная или меловая доска.	Свободно распространяемое ПО или ПО, разработанное в РФ, соответствующее по характеристикам Windows XP, Microsoft Office 2007 и выше.
Самостоятельная работа	Помещение для самостоятельной работы	Оснащено компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.	Свободно распространяемое ПО или ПО, разработанное в РФ, соответствующее по характеристикам Windows XP, Microsoft Office 2007 и выше.

8 Адаптация рабочей программы для лиц с ОВЗ

Адаптированная программа разрабатывается при наличии заявления со стороны обучающегося (родителей, законных представителей) и медицинских показаний (рекомендациями психолого-медико-педагогической комиссии). Для инвалидов адаптированная образовательная программа разрабатывается в соответствии с индивидуальной программой реабилитации.

ЛИСТ РЕГИСТРАЦИИ ИЗМЕНЕНИЙ

№ п/п	Дата	Изменение	Дата и номер протокола заседания УМК	Автор	Начальник ОМОЛА