

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Галунин Сергей Александрович
Должность: проректор по учебной работе
Дата подписания: 28.06.2023 14:55:53
Уникальный программный ключ:
08ef34338325bdb0ac5a47baa5472ce36cc3fc3b

Приложение к ОПОП
«Математические методы в ин-
формационных технологиях»



СПбГЭТУ «ЛЭТИ»
ПЕРВЫЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
**«Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет
«ЛЭТИ» им. В.И.Ульянова (Ленина)»
(СПбГЭТУ «ЛЭТИ»)»**

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

ДИСЦИПЛИНЫ

«ВВЕДЕНИЕ В ПОЛИНОМИАЛЬНУЮ АЛГЕБРУ»

для подготовки бакалавров

по направлению

01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

по профилю

«Математические методы в информационных технологиях»

Санкт-Петербург

2023

ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ

Разработчики:

заведующий кафедрой, д.пед.н., доцент Поздняков С.Н.

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры АМ
12.01.2023, протокол № 6

Рабочая программа рассмотрена и одобрена учебно-методической комиссией
ФКТИ, 16.02.2023, протокол № 2

Согласовано в ИС ИОТ

Начальник ОМОЛА Загороднюк О.В.

1 СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Обеспечивающий факультет	ФКТИ
Обеспечивающая кафедра	АМ
Общая трудоемкость (ЗЕТ)	3
Курс	4
Семестр	8
Виды занятий	
Лекции (академ. часов)	16
Практические занятия (академ. часов)	16
Иная контактная работа (академ. часов)	1
Все контактные часы (академ. часов)	33
Самостоятельная работа, включая часы на контроль (академ. часов)	75
Всего (академ. часов)	108
Вид промежуточной аттестации	
Дифф. зачет (курс)	4

2 АННОТАЦИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

«ВВЕДЕНИЕ В ПОЛИНОМИАЛЬНУЮ АЛГЕБРУ»

Дисциплина является введением в компьютерную алгебру. Рассматриваются базовые алгоритмы, лежащие в основе систем компьютерной алгебры, связанные с арифметическими операциями над многочленами, алгоритмами факторизации многочленов над бесконечными и конечными полями, системы полиномиальных уравнений, базисы Грёбнера и их применение.

SUBJECT SUMMARY

«INTRODUCTION TO POLYNOMIAL ALGEBRA»

The discipline is an introduction to computer algebra. The basic algorithms underlying computer algebra systems related to arithmetic operations on polynomials, algorithms for factorization of polynomials over infinite and finite fields, systems of polynomial equations, Gröbner bases and their applications are considered.

3 ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

3.1 Цели и задачи дисциплины

1. Целью освоения учебной дисциплины является формирование знаний в области факторизации многочленов и теории базисов Гёбнера, умений и навыков разложения многочленов на множители и владение алгоритмом Бухбергера при решении задач.

2. Задачами освоения дисциплины являются овладение знаниями о различных способах факторизации многочленов: алгоритмом Кронекера, алгоритмом Берлекампа, алгоритмом гензелевского подъёма, алгоритмом Бухбергера и формирование умений и навыков применения этих алгоритмов к решению задач на работу с многочленами одной переменной и системами алгебраических уравнений с многими переменными..

3. Знания основных математических фактов и теорем о факторизации многочленов и теории полиномиального исключения и базисов Гребнера, основанные на них алгоритмы компьютерной алгебры.

4. Формирование у студентов умений применять алгоритмы факторизации многочленов и алгоритмы, основанные на теории базисов Гребнера, для решения вычислительных задач.

5. Освоение студентами навыков конструирования эффективных алгоритмов полиномиальной компьютерной алгебры и анализа их вычислительной сложности.

3.2 Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина изучается на основе ранее освоенных дисциплин учебного плана:

1. «Производящие функции»

2. «Моделирование интеллектуальных процессов и основы робототехники»
и обеспечивает подготовку выпускной квалификационной работы.

3.3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате освоения образовательной программы обучающийся должен достичь следующие результаты обучения по дисциплине:

Код компетенции/ индикатора компетенции	Наименование компетенции/индикатора компетенции
СПК-12	Способен применять результаты математических исследований в различных областях, ориентированных на решение задач развития информационных технологий
<i>СПК-12.2</i>	<i>Умеет применять результаты математических исследований, оптимизировать и адаптировать алгоритмы при разработке и развитии информационных технологий.</i>

4 СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1 Содержание разделов дисциплины

4.1.1 Наименование тем и часы на все виды нагрузки

№ п/п	Наименование темы дисциплины	Лек, ач	Пр, ач	ИКР, ач	СР, ач
1	Арифметика многочленов	2	2	0	10
2	Факторизация многочленов	8	8	1	35
3	Базисы Грёбнера	6	6	0	30
	Итого, ач	16	16	1	75
	Из них ач на контроль	0	0	0	0
	Общая трудоемкость освоения, ач/зе	108/3			

4.1.2 Содержание

№ п/п	Наименование темы дисциплины	Содержание
1	Арифметика многочленов	Арифметические операции над многочленами, вычисление НОД многочленов одной переменной, расширенный алгоритм Евклида для многочленов одной переменной.
2	Факторизация многочленов	Разложение многочлена на множители, свободные от квадратов для многочленов над полем рациональных чисел и полями вычетов, алгоритм Кронекера для разложения многочленов на множители с целыми коэффициентами, алгоритм Берлекампа и гензелевский подъем для разложения многочлена над конечным полем.
3	Базисы Грёбнера	Понятие идеала. Идеалы над множеством многочленов нескольких переменных. Различные способы упорядочивания мономов. Базисы идеала. Мономиальные идеалы. Лемма Диксона. Базисы Грёбнера. Алгоритм Бухбергера. Применение базисов Грёбнера к системам алгебраических уравнений.

4.2 Перечень лабораторных работ

Лабораторные работы не предусмотрены.

4.3 Перечень практических занятий

Наименование практических занятий	Количество ауд. часов
1. Арифметические операции с многочленами	2
2. Р-адические числа	2
3. Алгоритм Евклида для многочленов	2
4. Дискретный логарифм	2
5. Конечные поля	2
6. Гензелевский подъем	2
7. Базисы Грёбнера	2
8. Применение базисов Грёбнера	2
Итого	16

4.4 Курсовое проектирование

Курсовая работа (проект) не предусмотрены.

4.5 Реферат

Реферат не предусмотрен.

4.6 Индивидуальное домашнее задание

Индивидуальное домашнее задание не предусмотрено.

4.7 Доклад

Доклад не предусмотрен.

4.8 Кейс

Кейс не предусмотрен.

4.9 Организация и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы

Изучение дисциплины сопровождается самостоятельной работой студентов с рекомендованными преподавателем литературными источниками и информационными ресурсами сети Интернет.

Планирование времени для изучения дисциплины осуществляется на весь период обучения, предусматривая при этом регулярное повторение пройденного материала. Обучающимся, в рамках внеаудиторной самостоятельной работы, необходимо регулярно дополнять сведениями из литературных источников материал, законспектированный на лекциях. При этом на основе изучения рекомендованной литературы целесообразно составить конспект основных положений, терминов и определений, необходимых для освоения разделов учебной дисциплины.

Особое место уделяется консультированию, как одной из форм обучения и контроля самостоятельной работы. Консультирование предполагает особым образом организованное взаимодействие между преподавателем и студентами, при этом предполагается, что консультант либо знает готовое решение, которое он может предписать консультируемому, либо он владеет способами деятельности, которые указывают путь решения проблемы.

Текущая СРС	Примерная трудоемкость, ач
Работа с лекционным материалом, с учебной литературой	15
Опережающая самостоятельная работа (изучение нового материала до его изложения на занятиях)	15
Самостоятельное изучение разделов дисциплины	0
Выполнение домашних заданий, домашних контрольных работ	0
Подготовка к лабораторным работам, к практическим и семинарским занятиям	10
Подготовка к контрольным работам, коллоквиумам	20
Выполнение расчетно-графических работ	0
Выполнение курсового проекта или курсовой работы	0

Текущая СРС	Примерная трудоемкость, ач
Поиск, изучение и презентация информации по заданной проблеме, анализ научных публикаций по заданной теме	0
Работа над междисциплинарным проектом	0
Анализ данных по заданной теме, выполнение расчетов, составление схем и моделей, на основе собранных данных	0
Подготовка к зачету, дифференцированному зачету, экзамену	15
ИТОГО СРС	75

5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

5.1 Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины

№ п/п	Название, библиографическое описание	К-во экз. в библ.
Основная литература		
1	Дэвенпорт, Джеймс. Компьютерная алгебра: Системы и алгоритмы алгебраических вычислений [Текст] / Дж.Дэвенпорт, И.Сирэ, Э.Турнье; Пер. с фр. Е.В.Панкратьева и др, 1991. -350 с	12
2	Акритас, Алкивиадис Г. Основы компьютерной алгебры с приложениями [Текст] : монография / А.Г. Акритас; Пер. с англ. Е.В. Панкратьева, 1994. -544 с.	5
Дополнительная литература		
1	Ахо, Альфред В. Построение и анализ вычислительных алгоритмов [Текст] : монография / А.Ахо, Д.Хопкрофт, Дж.Д.Ульман; Пер. с англ. А.О.Слисенко; Под ред. Ю.В.Матиясевича, 1979. -536 с.	11

5.2 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», используемых при освоении дисциплины

№ п/п	Электронный адрес
1	Системы уравнений, базисы Грёбнера и алгоритм Бухбергера https://www.youtube.com/watch?v=EuGDZhFgnus

5.3 Адрес сайта курса

Адрес сайта курса: <https://vec.etu.ru/moodle/course/view.php?id=13139>

6 Критерии оценивания и оценочные материалы

6.1 Критерии оценивания

Для дисциплины «Введение в полиномиальную алгебру» предусмотрены следующие формы промежуточной аттестации: зачет с оценкой.

Зачет с оценкой

Оценка	Описание
Неудовлетворительно	Курс не освоен. Студент испытывает серьезные трудности при ответе на ключевые вопросы дисциплины
Удовлетворительно	Студент в целом овладел курсом, но некоторые разделы освоены на уровне определений и формулировок теорем
Хорошо	Студент овладел курсом, но в отдельных вопросах испытывает затруднения. Умеет решать задачи
Отлично	Студент демонстрирует полное овладение курсом, способен применять полученные знания при решении конкретных задач.

Особенности допуска

Допуск производится на основании текущего контроля:

- посещение занятий (не менее 80%);
- положительные результаты контрольных работ.

6.2 Оценочные материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Вопросы к дифф.зачету

№ п/п	Описание
1	Аналогия и различия между операциями над целыми числами и многочленами.
2	Кольцо целых чисел и многочленов. Трудоемкость алгоритмов работы с многочленами. Схема Горнера.
3	Многочлены над Z_p .
4	Расширенный алгоритм Евклида для многочленов. Трудоемкость алгоритма Евклида.
5	Разложение многочлена на свободные от квадратов множители.
6	Неприводимые многочлены. Теорема Безу и выделение линейных множителей.
7	Алгоритм Кронекера.
8	Сравнение сложности алгоритмов Кронекера и алгоритма разложения на свободные от квадратов множители
9	Поля Галуа. Представление полей Галуа многочленами.
10	Многочлены над конечными полями.
11	Китайская теорема об остатках для многочленов.
12	Алгоритм Берлекэмпса.
13	Решение матричных уравнений.
14	Решение уравнения $g(x)^p = g(x) \pmod{m(x)}$, $m(x) \in Z_p$
15	Мономиальный идеал. Главный идеал.
16	Мономиальные идеалы и лемма Диксона. Теорема Гильберта о базисе.
17	Алгоритм Бухбергера. Редукция многочлена по системе многочленов. S-многочлены.
18	Деление многочленов с остатком как частный случай алгоритма Бухбергера. Метод Гаусса как частный случай алгоритма Бухбергера.
19	Решение прикладных задач с использованием систем компьютерной алгебры
20	Решение прикладных задач с использованием систем компьютерной алгебры.

Образцы задач (заданий) для контрольных (проверочных) работ

Контрольная работа 1

1. Дан многочлен $p(x) = 2x^4 + 5x^3 + 8x^2 + 5x + 6$

1.1. Для применения алгоритма Кронекера разложения $p(x)$ на множители с целыми коэффициентами можно использовать несколько значений из списка: $p(-3)$; $p(-2)$; $p(-1)$; $p(0)$; $p(1)$; $p(2)$; $p(3)$.

а) сколько значений нужно использовать?

б) какие значения из предложенного списка нужно взять, чтобы сократить время работы алгоритма?

в) сколько раз при выбранных значениях будет применена теорема Лагранжа в процессе работы алгоритма?

1.2. Примените алгоритм Берлекампа для разложения многочлена $p(x)$ над Z_5 .

1.3. Примените алгоритм Гензеля для разложения многочлена $p(x)$ над Z_{25} .

1.4. Примените полученные результаты для разложения $p(x)$ на множители с целыми коэффициентами

Контрольная работа 2

Рассмотрим идеал I многочленов двух переменных с базисом $\{2xy + 3x^2; x^3 + 3y; 2x^2 - y\}$ над Z

а) Является ли это множество редуцируемым?

б) Докажите, что этот базис не является базисом Грёбнера

в) Найдите базис Грёбнера, применив алгоритм Бухбергера

г) Принадлежат ли многочлены $q(x) = x + y$ и $s(x) = x^2 + y^2$ этому идеалу?

Весь комплект контрольно-измерительных материалов для проверки сформированности компетенции (индикатора компетенции) размещен в закрытой

части по адресу, указанному в п. 5.3

6.3 График текущего контроля успеваемости

Неделя	Темы занятий	Вид контроля
7	Факторизация многочленов	
8		
9		
10		
11		
12		Контрольная работа
13	Базисы Грёбнера	
14		
15		
16		
17		Контрольная работа

6.4 Методика текущего контроля

на лекционных занятиях

Текущий контроль включает в себя контроль посещаемости (не менее **80** % занятий), по результатам которого студент получает допуск на дифф. зачет.

на практических (семинарских) занятиях

Текущий контроль включает в себя контроль посещаемости (не менее **80** % занятий), по результатам которого студент получает допуск на дифф. зачет.

Обучающиеся должны выполнить контрольные работы по тематике дисциплины. Неуспешно выполненная работа отправляется на исправление и оценивается в дальнейшем не более, чем на оценку "удовлетворительно".

Критерии оценивания контрольных работ:

"неудовлетворительно" - выполнено 0-49% работы;

"удовлетворительно" - выполнено 50% -69% работы;

"хорошо"- выполнено 70%-89% работы;

"отлично" - выполнено 90%-100% работы.

В ходе проведения семинарских и практических занятий целесообразно

привлечение студентов к как можно более активному участию в дискуссиях, решении задач, обсуждениях и т. д. При этом активность студентов также может учитываться преподавателем, как один из способов текущего контроля на практических занятиях.

самостоятельной работы студентов

Контроль самостоятельной работы студентов осуществляется на лекционных и практических занятиях студентов по методикам, описанным выше.

7 Описание информационных технологий и материально-технической базы

Тип занятий	Тип помещения	Требования к помещению	Требования к программному обеспечению
Лекция	Лекционная аудитория	Количество посадочных мест – в соответствии с контингентом, рабочее место преподавателя, ПК, проектор, экран, меловая или маркерная доска	Свободно распространяемое или отечественное ПО, соответствующее по своим характеристикам: 1) Windows XP и выше; 2) Microsoft Office 2007 и выше
Практические занятия	Аудитория	Количество посадочных мест – в соответствии с контингентом, рабочее место преподавателя, ПК, проектор, экран, меловая или маркерная доска	Свободно распространяемое или отечественное ПО, соответствующее по своим характеристикам: 1) Windows XP и выше; 2) Microsoft Office 2007 и выше
Самостоятельная работа	Помещение для самостоятельной работы	Оснащено компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.	Свободно распространяемое или отечественное ПО, соответствующее по своим характеристикам: 1) Windows XP и выше; 2) Microsoft Office 2007 и выше

8 Адаптация рабочей программы для лиц с ОВЗ

Адаптированная программа разрабатывается при наличии заявления со стороны обучающегося (родителей, законных представителей) и медицинских показаний (рекомендациями психолого-медико-педагогической комиссии). Для инвалидов адаптированная образовательная программа разрабатывается в соответствии с индивидуальной программой реабилитации.

ЛИСТ РЕГИСТРАЦИИ ИЗМЕНЕНИЙ

№ п/п	Дата	Изменение	Дата и номер протокола заседания УМК	Автор	Начальник ОМОЛА