

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Галунин Сергей Александрович  
Должность: проректор по учебной работе  
Дата подписания: 12.07.2023 11:35:11  
Уникальный программный ключ:  
08ef34338325bdb0ac5a47baa5472ce36cc3fc3b

Приложение к ОПОП  
«Человеко-машинное взаимодействие»



**СПбГЭТУ «ЛЭТИ»**  
ПЕРВЫЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
**«Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет  
«ЛЭТИ» им. В.И.Ульянова (Ленина)»  
(СПбГЭТУ «ЛЭТИ»)»**

---

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

**ДИСЦИПЛИНЫ**

**«АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ»**

для подготовки бакалавров

по направлению

27.03.03 «Системный анализ и управление»

по профилю

**«Человеко-машинное взаимодействие»**

Санкт-Петербург

2022

## ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ

Разработчики:

доцент, к.ф.-м.н., доцент Зельвенский И.Г.

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры АМ  
27.01.2022, протокол № 6

Рабочая программа рассмотрена и одобрена учебно-методической комиссией  
ФКТИ, 24.02.2022, протокол № 2

Согласовано в ИС ИОТ

Начальник ОМОЛА Загороднюк О.В.

## 1 СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Обеспечивающий факультет	ФКТИ
Обеспечивающая кафедра	АМ
Общая трудоемкость (ЗЕТ)	9
Курс	1
Семестр	2, 1
<b>Виды занятий</b>	
Лекции (академ. часов)	85
Практические занятия (академ. часов)	68
Иная контактная работа (академ. часов)	2
Все контактные часы (академ. часов)	155
Самостоятельная работа, включая часы на контроль (академ. часов)	169
Всего (академ. часов)	324
<b>Вид промежуточной аттестации</b>	
Экзамен (курс)	1
Экзамен (курс)	1

## **2 АННОТАЦИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **«АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ»**

Линейная алгебра и аналитическая геометрия представляют собой важный раздел высшей математики, которая, в свою очередь, является ключевой дисциплиной в подготовке специалистов с высшим техническим и естественнонаучным образованием.

В данном курсе рассматриваются идеи построения новых числовых систем на примере поля комплексных чисел, кольца полиномов над полями комплексных, вещественных и рациональных чисел; базовые понятия линейной алгебры: матрицы и определители, системы линейных уравнений; основные понятия и идеи векторной алгебры и аналитической геометрии на плоскости и в пространстве, включая кривые и поверхности 2-го порядка.

### **SUBJECT SUMMARY**

#### **«ALGEBRA AND GEOMETRY»**

Linear algebra and analytic geometry are an important part of higher mathematics, which, in turn, is a key discipline in the training of specialists with higher technical and science education.

This course examines the idea of building a new number systems on the example of the field of complex numbers, polynomial rings over fields of complex, real and rational numbers; the basic concepts of linear algebra: matrices and determinants, systems of linear equations; the basic concepts and ideas of vector algebra and analytic geometry in the plane and in space.

## 3 ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

### 3.1 Цели и задачи дисциплины

1. Целью изучения дисциплины являются

-формирование достаточно высокой математической культуры и развитие логического мышления, умения обосновывать свои суждения и выбор метода решения возникающих задач, методологии математического подхода к анализу естественнонаучных задач и проблем из других областей;

-рассмотрение методологии математического подхода к анализу естественнонаучных и технических задач, а именно, использование основных методов алгебры и геометрии при моделировании реальных прикладных задач профессиональной деятельности;

-развитие навыков математического исследования прикладных вопросов и умения перевести задачу на математический язык, способности математического описания, анализа и оценки проблем и процессов в профессиональной деятельности.

2. В рамках заявленной цели решаются задачи:

-изучения основ математики, относящихся к алгебре и геометрии, для дальнейшего использования в профессиональной деятельности;

-формирование умений обосновывать свои суждения и выбор метода решения задач соответствующих разделов алгебры и геометрии, выбор алгебраического или геометрического подхода к анализу задач профессиональной деятельности;

-формирование навыков использования математических методов линейной алгебры и аналитической геометрии в инженерном моделировании прикладных задач.

3. Изучение основных понятий и методов теории чисел и многочленов, линейной алгебры и аналитической геометрии. В результате приобретаются знания

о поле комплексных чисел, кольца полиномов над полями комплексных, вещественных и рациональных чисел. Должны быть освоены основные понятия и идеи векторной алгебры и аналитической геометрии на плоскости и в пространстве, включая кривые и поверхности 2-го порядка, базовые понятия линейной алгебры: матрицы и определители, системы линейных уравнений. Приобретаются знания о структуре векторных пространств, евклидовых и унитарных пространств, линейных операторов в векторных пространствах, о приведении квадратичных форм.

4. Освоение умений использования основных методов, алгоритмов алгебры и геометрии при моделировании решения учебных задач. В результате студенты приобретают умения:

- выполнять операции над комплексными числами;
- находить корни многочленов;
- вычислять определители, решать системы линейных уравнений;
- выполнять операции над матрицами;
- выполнять операции над векторами;
- использовать уравнения прямых и плоскостей для решения геометрических задач;
- ортогонализировать базис пространства;
- вычислять собственные числа и векторы линейных операторов;
- использовать свойства линейных операторов при решении ЛДУ;
- приводить квадратичную форму к диагональному виду.

5. В результате должны быть сформированы навыки использования математических методов и основ математического моделирования в практической профессиональной деятельности, то есть навык создать математическую модель рассматриваемого объекта и провести ее детальное исследование с анализом результатов.

### **3.2 Место дисциплины в структуре ОПОП**

Дисциплина изучается на основе знаний, полученных при освоении школьной программы.

и обеспечивает изучение последующих дисциплин:

1. «Алгебраические структуры»
2. «Компьютерная математика»
3. «Комбинаторика и теория графов»
4. «Математическая логика и теория алгоритмов»
5. «Дискретная математика и теоретическая информатика»

### 3.3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате освоения образовательной программы обучающийся должен достичь следующие результаты обучения по дисциплине:

<b>Код компетенции/ индикатора компетенции</b>	<b>Наименование компетенции/индикатора компетенции</b>
ОПК-1	Способен анализировать задачи профессиональной деятельности на основе положений, законов и методов в области естественных наук и математики
<i>ОПК-1.1</i>	<i>Знает положения, законы и методы в области естественных наук и математики</i>
ОПК-2	Способен формулировать задачи профессиональной деятельности на основе знаний профильных разделов математических и естественно-научных дисциплин (модулей)
<i>ОПК-2.1</i>	<i>Знает профильные разделы математических и естественнонаучных дисциплин</i>



## 4 СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 4.1 Содержание разделов дисциплины

#### 4.1.1 Наименование тем и часы на все виды нагрузки

№ п/п	Наименование темы дисциплины	Лек, ач	Пр, ач	ИКР, ач	СР, ач
1	Введение	1			
2	Язык математики	2	4		10
3	Комплексные числа	3	6		10
4	Многочлены	8	6		10
5	Матрицы и системы линейных уравнений	12	10		25
6	Аналитическая геометрия	16	10	1	20
7	Алгебраические структуры и отображения.	4	3	0	10
8	Линейные алгебраические структуры. Векторные пространства, пространства со скалярным произведением.	10	6		20
9	Линейные отображения, как гомоморфизмы линейных структур. Операторы в евклидовых и унитарных пространствах.	10	8		22
10	Инвариантность структур (пространств) при преобразованиях. Квадратичные формы	8	6		18
11	Линейные дифференциальные операторы и их свойства	10	9		24
12	Заключение	1		1	
	Итого, ач	85	68	2	169
	Из них ач на контроль	0	0	0	70
	Общая трудоемкость освоения, ач/зе	324/9			

#### 4.1.2 Содержание

№ п/п	Наименование темы дисциплины	Содержание
1	Введение	История формирования дисциплины. Значение дисциплины в моделировании.
2	Язык математики	Строение теорем. Высказывания и кванторы. Множества и операции над ними. Числовые алгебраические структуры. Перестановки, сочетания, размещения.
3	Комплексные числа	Определение поля комплексных чисел, комплексная плоскость, модуль и аргумент, алгебраическая, тригонометрическая и показательные формы, действия. Извлечение корня из комплексного числа. Формулы Эйлера.

№ п/п	Наименование темы дисциплины	Содержание
4	Многочлены	Деление с остатком, теорема Безу, разложение многочленов на множители с вещественными и комплексными коэффициентами. Рациональные корни многочленов с рациональными коэффициентами. Разложение рациональных дробей в сумму простейших.
5	Матрицы и системы линейных уравнений	Определители квадратных матриц: свойства и вычисление. Теорема Крамера. Линейные операции над матрицами и столбцами. Линейная зависимость и независимость строк и столбцов матрицы. Ранг матрицы. Решение систем линейных уравнений, метод Гаусса. Теорема Кронекера–Капелли. Связь решений однородной и неоднородной систем, фундаментальная система решений. Умножение матриц. Обратная матрица, ее вычисление. Элементарные преобразования как умножение матриц. Определитель произведения матриц.
6	Аналитическая геометрия	Векторы и координаты в плоскости и пространстве. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов. Линейные объекты на плоскости и в пространстве. Кривые и поверхности 2-го порядка.
7	Алгебраические структуры и отображения.	Основные понятия. Обзор приложений в информационных технологиях.
8	Линейные алгебраические структуры. Векторные пространства, пространства со скалярным произведением.	<p>Определение и примеры вещественных линейных пространств. Линейная комбинация векторов, линейная зависимость и независимость системы векторов. Теорема о линейной зависимости линейных комбинаций. Порождающая система векторов. Базис и размерность линейного пространства. Подпространства. Сумма и пересечение подпространств. Теорема о сумме размерностей подпространств. Прямая сумма подпространств. Размерность подпространства. Замена базиса линейного пространства.</p> <p>Определение и примеры евклидовых пространств. Геометрия евклидова пространства. Неравенство Коши–Буняковского. Ортогонализация базиса. Ортонормированный базис. Ортогональные матрицы. Ортогональное дополнение подпространства.</p>
9	Линейные отображения, как гомоморфизмы линейных структур. Операторы в евклидовых и унитарных пространствах.	Линейные операторы и их матрицы. Изменение матрицы оператора при замене базиса. Ядро и образ оператора, их размерность. Линейные операции над операторами, умножение операторов. Инвариантные подпространства. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Линейная независимость собственных векторов. Характеристический многочлен, теорема Гамильтона–Кэли. Базис из собственных векторов.
10	Инвариантность структур (пространств) при преобразованиях. Квадратичные формы	Квадратичные формы, их матрицы. Преобразование матрицы формы при замене переменных. Метод Лагранжа. Закон инерции квадратичных форм. Знакопостоянные формы, критерий Сильвестра.

№ п/п	Наименование темы дисциплины	Содержание
11	Линейные дифференциальные операторы и их свойства	Линейные дифференциальные операторы и их свойства. Линейная зависимость и независимость функций. Вронскиан. Свойства вронскиана. Общее решение линейных однородных и неоднородных уравнений. Принцип суперпозиции. Линейное однородное уравнение с постоянными коэффициентами и его характеристическое уравнение. Линейное неоднородное уравнение с постоянными коэффициентами и квазимногочленом в правой части. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
12	Заключение	Подведение итогов. Обобщение пройденного материала

#### 4.2 Перечень лабораторных работ

Лабораторные работы не предусмотрены.

#### 4.3 Перечень практических занятий

Наименование практических занятий	Количество ауд. часов
1. Язык математики.	2
2. Комплексные числа, действия над ними в различных формах.	4
3. Комплексные корни.	2
4. Разложение многочленов на множители. Разложение рациональных дробей в сумму простейших.	4
5. Вычисление определителей, ранг матрицы.	4
6. Умножение матриц. Обратная матрица.	4
7. Исследование систем линейных уравнений, теорема Крамера. Метод Гаусса для решения систем линейных уравнений.	4
8. Действия над векторами.	2
9. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве.	4
10. Кривые и поверхности второго порядка.	4
11. Линейная зависимость и независимость элементов. Линейные оболочки элементов.	2
12. Линейные пространства. Базис, координаты элементов.	4
13. Евклидовы линейные пространства. Алгоритм ортогонализации Грама-Шмидта.	4
14. Задание линейных операторов матрицами. Матрица линейного оператора в разных базисах.	4
15. Ядро и образ линейного оператора.	4
16. Собственные числа и векторы линейного оператора.	4

Наименование практических занятий	Количество ауд. часов
17. Квадратичные формы. Методы приведения их к каноническому виду (метод Лагранжа, метод ортогональных преобразований).	4
18. Линейные дифференциальные уравнения.	4
19. Системы линейных дифференциальных уравнений.	4
Итого	68

#### 4.4 Курсовое проектирование

Курсовая работа (проект) не предусмотрены.

#### 4.5 Реферат

Реферат не предусмотрен.

#### 4.6 Индивидуальное домашнее задание

Цель выполнения ИДЗ - формирование умений и навыков по решению прикладных задач для дальнейшего использования в профессиональной деятельности.

**I семестр** (согласно графику текущего контроля) выдаются ИДЗ, содержащие от 5 до 10 типовых вычислительных задач.

ИДЗ№1 «Комплексные числа» содержит задачи: вычисление значений выражений с комплексными числами в алгебраической форме, вычисление значений корня  $n$ -ой степени из комплексного числа, изображения на комплексной плоскости, решение уравнений с комплексными коэффициентами.

ИДЗ№2 «Многочлены и дробно-рациональные функции» содержит задачи: разложение многочлена на неприводимые множители, разложение рациональной дроби на простейшие.

ИДЗ №3 «Матрицы» содержит задачи: нахождение результатов алгебраических действий над матрицами, нахождение рангов и определителей матриц, нахождение обратных матриц.

ИДЗ №4 «СЛУ» содержит задачи: решение однородных и неоднородных СЛУ различными методами.

ИДЗ №5 «Векторная алгебра. Аналитическая геометрия» содержит задачи: нахождение скалярного, векторного, смешанного произведения векторов, геометрический смысл произведений векторов, нахождение уравнений прямой и плоскости в пространстве.

**2 семестр** (согласно графику текущего контроля) выдаются ИДЗ, содержащие от 5 до 10 типовых вычислительных задач.

ИДЗ№6 «Линейные пространства» содержит задачи: доказательства, что множество является линейным пространством, нахождение базиса линейного пространства в разных базисах, использования формул преобразования координат для конечномерных пространств, определение евклидовости линейного пространства, определение нормы, дистанции, ортогональности элементов евклидовых пространств, алгоритм Грама-Штидта.

ИДЗ№7 «Линейные операторы, заданные матрицами» содержит задачи: доказательства, что оператор является линейным, нахождение матрицы линейного пространства в разных базисах, использования формул преобразования координат для образов и прообразов линейного оператора, нахождение собственных чисел и векторов линейных операторов.

ИДЗ №8 «Линейный дифференциальный оператор» содержит задачи: нахождение решения линейных дифференциальных уравнений 2-го порядка с постоянными коэффициентами и стандартной правой частью; решение линейных систем дифференциальных уравнений с использованием свойств дифференциального оператора.

### **Требования к выполнению ИДЗ:**

- Выполняется письменно не менее, чем в недельный срок, максимальный срок выполнения устанавливается преподавателем, ведущим практиче-

- ские занятия исходя из календарного планирования;
- Формат оформления: произвольный формат (печатный или рукописный). При выборе печатного формата следует использовать редакторы Word или Excel. При выборе рукописного формата следует оформить работу на двойных листах в клетку или листах формата А4, или в тетради (в клетку) объемом не более 12 листов.
  - При рукописном оформлении ИДЗ следует писать аккуратно черными или синими чернилами, с обязательным использованием линейки и карандаша при выполнении чертежей. При печатном оформлении ИДЗ рекомендуется использовать шрифт Times New Roman, Calibri или Ariel; размер шрифта 12-14 пунктов, межстрочный интервал 1,15-1,5 пунктов. Каждую задачу следует оформлять на новом листе.
  - Таблицы и рисунки следует оформлять, придерживаясь сквозного просмотра. Т.е. если в задаче предусмотрена таблица или рисунок, то они должны быть приведены внутри или в конце решаемой задачи. Общее приложение для всех рисунков и таблиц не предусматривается.
  - Объем ИДЗ зависит только от количества задач и/или заданий. каждая задача должна содержать исходные данные, решение и ответ.
  - Количество используемых источников не ограничено.
  - Каждое ИДЗ состоит из: титульного листа (название дисциплины, ФИО, звание преподавателя, номер группы, ФИО студента, номер варианта, дата сдачи работы) списка решенных задач и/или заданий, списка используемых источников.
  - Формат сдачи работы зависит от общих требований Университета (при очном обучении - ИДЗ сдается преподавателю в письменном виде или печатном виде; при дистанционном обучении - в печатном или электронном виде работы размещается в Moodle или отправляются преподавателю на электронную почту).

ИДЗ должны быть решены и представлены на проверку в установленное преподавателем время.

#### **Методика оценивания ИДЗ:**

”неудовлетворительно” (или 2), если верно решено меньше 60% заданий, но более 29%;

”удовлетворительно” (или 3), если верно решено меньше 75% заданий, но более 59%;

”хорошо” (или 4), если верно решено меньше 89% заданий, но более 74%;

”отлично” (или 5), если верно решено более 90% заданий.

В ходе проведения семинарских и практических занятий целесообразно привлечение студентов к как можно более активному участию в дискуссиях, решении задач, обсуждениях и т. д. При этом активность студентов также может учитываться преподавателем, как один из способов текущего контроля на практических занятиях.

#### **4.7 Доклад**

Доклад не предусмотрен.

#### **4.8 Кейс**

Кейс не предусмотрен.

#### **4.9 Организация и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы**

Изучение дисциплины сопровождается самостоятельной работой студентов с рекомендованными преподавателем литературными источниками и информационными ресурсами сети Интернет.

Планирование времени для изучения дисциплины осуществляется на весь период обучения, предусматривая при этом регулярное повторение пройденного материала. Обучающимся, в рамках внеаудиторной самостоятельной работы, необходимо регулярно дополнять сведениями из литературных источников материал, законспектированный на лекциях. При этом на основе изучения рекомендованной литературы целесообразно составить конспект основных положений, терминов и определений, необходимых для освоения разделов учебной дисциплины.

Особое место уделяется консультированию, как одной из форм обучения и контроля самостоятельной работы. Консультирование предполагает особым образом организованное взаимодействие между преподавателем и студентами, при этом предполагается, что консультант знает готовое решение, которое он может предписать консультируемому, и он владеет способами деятельности, которые указывают путь решения проблемы.

<b>Текущая СРС</b>	<b>Примерная трудоемкость, ач</b>
Работа с лекционным материалом, с учебной литературой	20
Опережающая самостоятельная работа (изучение нового материала до его изложения на занятиях)	0
Самостоятельное изучение разделов дисциплины	0
Выполнение домашних заданий, домашних контрольных работ	30
Подготовка к лабораторным работам, к практическим и семинарским занятиям	30
Подготовка к контрольным работам, коллоквиумам	19
Выполнение расчетно-графических работ	0
Выполнение курсового проекта или курсовой работы	0
Поиск, изучение и презентация информации по заданной проблеме, анализ научных публикаций по заданной теме	0
Работа над междисциплинарным проектом	0
Анализ данных по заданной теме, выполнение расчетов, составление схем и моделей, на основе собранных данных	0
Подготовка к зачету, дифференцированному зачету, экзамену	70
<b>ИТОГО СРС</b>	<b>169</b>



## 5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

### 5.1 Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины

№ п/п	Название, библиографическое описание	К-во экз. в библ.
Основная литература		
1	Бугров, Яков Степанович. Высшая математика [Текст] : учеб. для акад. бакалавриата для вузов по естественнонауч. направлениям и специальностям : [в 3 т.]. -(Бакалавр. Академический курс) (УМО ВО рекомендует). Т. 2 : Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии, 2017. -281 с.	299
2	Бугров, Яков Степанович. Высшая математика [Текст] : учеб. для вузов по естественнонауч. направлениям : [в 2-х кн.]. -(Бакалавр. Академический курс). Т. 1 : Дифференциальное и интегральное исчисление : учеб. для акад. бакалавриата, Кн. 2, 2017. -247 с.	200
3	Сборник задач по математике для вузов [Текст] : учеб. пособ. : в 4 ч. / Э.А. Вуколов, А.В. Ефимов, В.Н. Земсков и др. ; под ред. А.В. Ефимова. Ч. 3 : Теория вероятностей и математическая статистика / А.В. Ефимов, В.Н. Земсков, 1990. -432 с.	84
4	Сборник задач по математике для вузов [Текст] : учеб. пособие для вузов : в 4 ч. / под общ. ред. А.В. Ефимова, Б.П. Демидовича. Ч. 1 : Линейная алгебра и основы математического анализа / [В.А. Болгов и др.], 1993. - 478 с.	5
5	Комплексные числа, многочлены и рациональные дроби [Электронный ресурс] : учеб. электрон. изд. / А. Л. Белопольский [и др.], 2013. -1 эл. опт. диск (CD-ROM)	неогр.
6	Колбина, Светлана Анатольевна. Линейная алгебра (дополнительные главы) [Электронный ресурс] : учеб. пособие / С.А. Колбина, С.Ю. Пилюгин, 2009. -1 эл. опт. диск (CD-ROM)	неогр.
7	Жарковская, Наталия Александровна. Введение в линейную алгебру [Текст] : учеб. пособие / Н.А. Жарковская, И.Г. Зельвенский, 2008. -63 с.	158
8	Беклемишева, Людмила Анатольевна. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре [Текст] : [учеб. пособие для вузов] / [Л.А. Беклемишева, А.Ю. Петрович, И.А. Чубаров] ; под ред. Д.В. Беклемишева, 2003. -495 с.	588
9	Беклемишев, Дмитрий Владимирович. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры [Текст] : Учеб. для вузов / Д.В. Беклемишев, 2003. -303 с.	782
10	Данко, Павел Ефимович. Высшая математика в упражнениях и задачах [Текст] : в 2 ч. : учеб. пособие для вузов. Ч. 1, 1980. -320 с.	58
Дополнительная литература		

№ п/п	Название, библиографическое описание	К-во экз. в библи.
1	Боревич, Зенон Иванович. Определители и матрицы [Текст] : учеб.пособие для вузов / З.И. Боревич, 1970. -194 с.	24
2	Цубербиллер, Ольга Николаевна. Задачи и упражнения по аналитической геометрии [Текст] : учеб. пособие для вузов / О.Н. Цубербиллер, 1966. - 336 с.	153
3	Иванов, Сергей Георгиевич. Лекции по линейной алгебре и геометрии [Электронный ресурс] : электрон. учеб. пособие / С. Г. Иванов, Е. А. Толкачева, А. В. Чирина, 2017. -1 эл. опт. диск (CD-ROM)	неогр.
4	Методы решения задач по векторной алгебре и аналитической геометрии [Электронный ресурс] : метод. указания к решению задач / Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет им. В.И. Ульянова (Ленина) "ЛЭТИ", 2010. -1 эл. опт. диск (CD-ROM)	неогр.
5	Основы линейной алгебры [Электронный ресурс] : метод. указания к решению задач / Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет им. В.И. Ульянова (Ленина) "ЛЭТИ", 2015. -1 эл. опт. диск (CD-ROM)	неогр.

## 5.2 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», используемых при освоении дисциплины

№ п/п	Электронный адрес
1	Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Д. Т. Письменный. -10-е изд., испр. -М.: Айрис-пресс, 2011 -608 с.: ил. -(Высшее образование). ISBN 978-5-8112-4351-8 <a href="http://mathdep.ifmo.ru/wp-content/uploads/2020/09/Письменный_Конспект_Полный_курс.pdf">http://mathdep.ifmo.ru/wp-content/uploads/2020/09/Письменный_Конспект_Полный_курс.pdf</a>
2	Белман Р. Введение в теорию матриц <a href="http://www.physics.uni-altai.ru/media/get.php?id=492">http://www.physics.uni-altai.ru/media/get.php?id=492</a>
3	Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: Учеб. — 7-е изд., стер. — М: Высш. шк., 1998.—320 с.: ил. ISBN 5-06-003505-0 <a href="http://ef.donnu-support.ru/emk/Data/BM/Uchebn/BEKLEM.PDF">http://ef.donnu-support.ru/emk/Data/BM/Uchebn/BEKLEM.PDF</a>

## 5.3 Адрес сайта курса

Адрес сайта курса: <https://vec.etu.ru/moodle/course/view.php?id=11264>

## 6 Критерии оценивания и оценочные материалы

### 6.1 Критерии оценивания

Для дисциплины «Алгебра и геометрия» предусмотрены следующие формы промежуточной аттестации: экзамен.

#### Экзамен

<b>Оценка</b>	<b>Описание</b>
Неудовлетворительно	Курс не освоен. Студент испытывает серьезные трудности при ответе на ключевые вопросы дисциплины
Удовлетворительно	Студент в целом овладел курсом, но некоторые разделы освоены на уровне определений и формулировок теорем
Хорошо	Студент овладел курсом, но в отдельных вопросах испытывает затруднения. Умеет решать задачи
Отлично	Студент демонстрирует полное овладение курсом, способен применять полученные знания при решении конкретных задач.

## Особенности допуска

Допуск к экзамену включает:

- посещение не менее 80% лекционных и практических занятий,
- выполнение всех практических работ и их защиту,
- выполнение ИДЗ,
- выполнение контрольных работ.

В I семестре допуск к экзамену при выполнении и защите пяти ИДЗ по темам дисциплины и выполнении двух контрольных работ на положительную оценку.

Во II семестре допуск обучающихся к экзамену при выполнении и защите трех ИДЗ по темам дисциплины и выполнении одной контрольной работы на положительную оценку.

Текущая аттестация студентов может учитываться при проведении экзамена в одном из двух видов:

-«допуск» до экзамена. Допущенными до экзамена считаются студенты, получившие по итогам текущей аттестации оценку выше порогового уровня (имеющие в сводных электронных ведомостях кафедры итоговую оценку 3, 4, 5).

-«часть экзамена». Баллы начисляются за решение задач ИДЗ, контрольных работ по ходу семестра, участие в аудиторной работе. Доля участия суммарной многобалльной оценки текущей аттестации (оценки за практические занятия) в экзаменационной оценке определяется лектором и доводится до сведения студентов и ассистентов в начале семестра.

Вид участия текущей аттестации в проведении промежуточной аттестации устанавливается лектором каждого потока и доводится до сведения студентов и ассистентов в начале семестра.

## 6.2 Оценочные материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

### Вопросы к экзамену

№ п/п	Описание
1	I СЕМЕСТР
2	Строение математики на основе языка высказываний и операций над ними. Классификация объектов на языке декартовых произведений (свойство эквивалентности бинарных отношений).
3	Бинарные операции на множестве (определение и свойства). Числовые алгебраические структуры: кольцо целых чисел, поле рациональных чисел, поле действительных чисел.
4	Комплексные числа (определение и свойства). Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Поле комплексных чисел.
5	Сопряженные комплексные числа, определение, геометрическая интерпретация и свойства. Модуль комплексного числа, определение, геометрическая интерпретация и свойства.
6	Алгебраическая форма записи комплексных чисел. Действия над комплексными числами в алгебраической форме. Вывод формулы $i^n$ ( $n \in \mathbb{Z}$ ).
7	Тригонометрическая форма записи комплексных чисел. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме. Формулы Муавра в тригонометрической форме.
8	Показательная форма записи комплексных чисел. Действия над комплексными числами в показательной форме. Формулы Муавра в показательной форме.
9	Многочлен, как функция (определение и свойства). Единственность нормальной формы многочлена.
10	Степень многочлена, свойства степеней.
11	Делимость многочленов. Свойства делимости многочленов.
12	Делимость и корни многочленов. Теорема о делении с остатком. Теорема Безу.
13	Нули многочлена. Основная теорема алгебры.
14	Кратные корни многочленов. Критерий кратного корня, утверждение о кратности корня производной многочлена.
15	Неприводимые многочлены (определение и свойства). Теорема о разложении многочлена на неприводимые сомножители.
16	Основная теорема алгебры. Теорема о неприводимых многочленах над $\mathbb{C}$ и ее следствия. Теорема о неприводимых многочленах над $\mathbb{R}$ и ее следствия.
17	Линейно зависимые и линейно независимые системы элементов в $\mathbb{R}^n$ . Критерий и достаточные условия линейной зависимости.
18	Матрицы, ранги матриц. Теорема о ранге трапециевидной матрицы. Метод Гаусса приведения матрицы к трапециевидной.
19	Линейные операции над матрицами. Стабильность транспонирования и следа матрицы относительно линейных операций. Произведение матриц (определение и свойства).
20	Знакопеременная функция и ее свойства.

21	Определитель матрицы (определение и его корректность). Вычисление определителей второго и третьего порядков.
22	Теорема о разложении определителя по строке (столбцу). Использование алгебраических дополнений и миноров для вычисления определителей высших порядков. Преобразование определителей.
23	Преобразование определителей. Теорема об определителе произведения матриц.
24	Обратимость матриц. Критерий обратимости.
25	Невырожденные системы линейных уравнений. Теорема Крамера.
26	Векторы и линейные операции над ними. Критерий коллинеарности векторов.
27	Скалярное произведение векторов (определение, координатная формула и свойства).
28	Векторное произведение векторов (определение, координатная формула и свойства).
29	Смешанное произведение векторов (определение, координатная формула и свойства).
30	Уравнения плоскости в пространстве. Взаимное расположение плоскостей.
31	Уравнения прямой в пространстве. Взаимное расположение прямых и плоскостей.
32	II СЕМЕСТР
33	Функция, ее области определения и значения. Определение и критерий отображения. Свойства инъективности, сюръективности, биективности функций.
34	Определение действия композиции для функций и ее свойства. Теорема о группе биективных отображений множеств.
35	Группа подстановок. Теорема о разложении подстановок в произведение независимых циклов и транспозиций.
36	Формулы преобразования декартовых координат пространства и плоскости.
37	Кривые второго порядка, их типы. Теорема о классификации кривых второго порядка.
38	Определение и типы поверхностей второго порядка. Теорема о классификации поверхностей второго порядка (формулировка). Метод Лагранжа приведения уравнений ПВП к каноническому виду.
39	Линейные пространства, определение и примеры. Теорема о нулевом элементе.
40	Зависимость и независимость элементов линейного пространства. Лемма о линейном выражении. Теорема о 4-х достаточных условиях линейной зависимости.
41	Система образующих линейного пространства. Определения базиса. Теорема о базисах. Размерность пространства.
42	Определение и критерий подпространства. Свойства подпространств.
43	Изоморфизм линейных пространств. Теорема о координатном изоморфизме.
44	Формулы преобразования координат в арифметическом вектором пространстве. Общее уравнение подпространства.
45	Билинейные формы линейных пространств, их задание матрицами. Связь между матрицами Грама в различных базисах.
46	Ортогональное дополнение подпространства, его свойства. Порождение невырожденной билинейной формой проекции на подпространство.
47	Симметричные и кососимметричные билинейные формы. Лемма о порождении ненулевыми симметричными, кососимметричными формами подпространств, на которых формы невырождены.

48	Приведение к каноническому виду симметричных и кососимметричных билинейных форм. Алгоритм ортогонализации Грама-Шмидта.
49	Определение скалярного произведения. Евклидовы пространства, определение и примеры.
50	Ортогональное дополнение подпространства, его свойства. Порождение невырожденной билинейной формой проекции на подпространство.
51	Норма элемента. Неравенство Коши-Буняковского.
52	Определение линейного оператора линейных пространств. Задание линейных операторов матрицами. Теорема о подобии матриц линейного оператора в различных базисах.
53	Матрица линейного оператора. Корректность (однозначность) задания линейных операторов матрицами.
54	Связь между действиями над линейными операторами и соответствующими матрицами.
55	Главная линейная группа $GL_n(P)$ .
56	Ядро и образ линейного оператора. Теорема о ядре и образе линейного оператора. Размерности ядра и образа линейного оператора.
57	Изоморфизм линейных пространств, определение и критерий. Теорема об изоморфных образах линейно независимой системы элементов.
58	Общее решение линейного уравнения.
59	Собственные векторы и числа линейного оператора. Теорема о линейной независимости собственных векторов, отвечающих различным собственным числам.
60	Собственные подпространства линейного оператора, их инвариантность относительно линейного оператора. Теорема о прямой сумме собственных подпространств.
61	Характеристический многочлен линейного оператора, определение и однозначность задания. Теорема Гамильтона – Кэли.
62	Критерий диагонализируемости линейного оператора и его следствия. Теорема Жордана.
63	Самосопряженные операторы, определение и свойства. Теорема о диагонализируемости самосопряженного оператора.
64	Квадратичные формы, приведение их к каноническому виду ортогональными преобразованиями.
65	Классификация центральных поверхностей второго порядка.
66	Классификация нецентральных поверхностей второго порядка.
67	Линейный дифференциальный оператор: определение, свойства.
68	Линейная зависимость и независимость функций. Вронскиан и его свойства.
69	Общие решения линейных однородных и неоднородных дифференциальных уравнений: структура, связь. Принцип суперпозиции.
70	Характеристическое уравнение (многочлен) линейного дифференциального оператора.
71	Использование понятие ядра линейного оператора при решении линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами.
72	Использование теоремы о сдвиге при решении линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами и квазимногочленом в правой части.
73	Алгебраический метод решения системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

---

## Форма билета

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный электротехнический  
университет «ЛЭТИ» имени В.И. Ульянова (Ленина)»

---

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

Дисциплина **Алгебра и Геометрия** ФКТИ, *семестр 1*

1. Комплексные числа (определение и свойства). Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Поле комплексных чисел.
2. Преобразование определителей. Теорема об определителе произведения матриц.
3. Задача на составление уравнения плоскости в пространстве.

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

С.Н. Поздняков

### Образцы задач (заданий) для контрольных (проверочных) работ

#### *1 семестр*

Контрольная работа №1 содержит следующие задачи:

- вычисление значений выражений с комплексными числами в алгебраической форме,
- вычисление значений корня  $n$ -ой степени из комплексного числа,
- изображения на комплексной плоскости,
- разложение многочлена на неприводимые множители,
- разложение рациональной дроби на простейшие.

Контрольная работа №2 содержит следующие задачи:



- нахождение результатов алгебраических действий над матрицами,
- нахождение определителей и обратных матриц,
- решение СЛУ методом Гаусса,
- на геометрический смысл произведений векторов,
- нахождение уравнений прямой и плоскости в пространстве.

## *II семестр*

Контрольной работы №3 содержит следующие задачи:

- докажите, что множество многочленов является векторным пространством; найдите размерность и какой-нибудь базис этого пространства,
- найдите координаты вектора в заданном базисе
- найдите наибольший угол треугольника, заданного координатами вершин в четырехмерном пространстве
- ортогонализируйте систему векторов
- найдите координаты вектора в ортогональном базисе
- постройте ортонормированный базис линейной оболочки данной системы векторов
- найдите матрицу линейного оператора в заданном базисе
- найдите собственные числа и векторы матричного оператора
- найдите ортогональное преобразование, сводящее квадратичную форму к каноническому виду.

Весь комплект контрольно-измерительных материалов для проверки сформированности компетенции (индикатора компетенции) размещен в закрытой части по адресу, указанному в п. 5.3

### 6.3 График текущего контроля успеваемости

Неделя	Темы занятий	Вид контроля
4	Комплексные числа	
5		ИДЗ / ИДРГЗ / ИДРЗ
7	Многочлены	
8		ИДЗ / ИДРГЗ / ИДРЗ
9	Комплексные числа Многочлены	Контрольная работа
10	Матрицы и системы линейных уравнений	
11		ИДЗ / ИДРГЗ / ИДРЗ
12	Матрицы и системы линейных уравнений	
13		ИДЗ / ИДРГЗ / ИДРЗ
14	Аналитическая геометрия	
15		ИДЗ / ИДРГЗ / ИДРЗ
16	Матрицы и системы линейных уравнений Аналитическая геометрия	Контрольная работа
21	Линейные отображения, как гомоморфизмы линейных структур. Операторы в евклидовых и унитарных пространствах.	
22		ИДЗ / ИДРГЗ / ИДРЗ
24	Линейные отображения, как гомоморфизмы линейных структур. Операторы в евклидовых и унитарных пространствах.	
25		ИДЗ / ИДРГЗ / ИДРЗ
29	Линейные алгебраические структуры. Векторные пространства, пространства со скалярным произведением. Линейные отображения, как гомоморфизмы линейных структур. Операторы в евклидовых и унитарных пространствах. Инвариантность структур (пространств) при преобразованиях. Квадратичные формы	Контрольная работа
30	Линейные дифференциальные операторы и их свойства	
31		
32		ИДЗ / ИДРГЗ / ИДРЗ

### 6.4 Методика текущего контроля

**На лекционных занятиях** текущий контроль включает в себя контроль посещаемости (не менее 80 % занятий), по результатам которого студент получает допуск на экзамен.

**На практических занятиях** текущий контроль включает в себя контроль посещаемости (не менее 80 % занятий), выполнение ИДЗ и контрольных работ согласно графику текущего контроля, по результатам которого студент получает

допуск на экзамен.

В ходе проведения практических занятий целесообразно привлечение студентов к как можно более активному участию в дискуссиях, решении задач, обсуждениях и т. д. При этом активность студентов также может учитываться преподавателем, как один из способов текущего контроля на практических занятиях.

Контроль **самостоятельной работы студентов** осуществляется на лекционных и практических занятиях студентов по методикам, описанным выше.

### **Методика оценивания контрольных работ и ИДЗ:**

”**не аттестован**” (или 1), если верно решено меньше 30% заданий;

”**неудовлетворительно**” (или 2), если верно решено меньше 60% заданий, но более 29%;

”**удовлетворительно**” (или 3), если верно решено меньше 75% заданий, но более 59%;

”**хорошо**” (или 4), если верно решено меньше 89% заданий, но более 74%;

”**отлично**” (или 5), если верно решено более 90% заданий.

## 7 Описание информационных технологий и материально-технической базы

Тип занятий	Тип помещения	Требования к помещению	Требования к программному обеспечению
Лекция	Лекционная аудитория	Количество посадочных мест – в соответствии с контингентом, рабочее место преподавателя, проектор, компьютер или ноутбук, экран, маркерная или меловая доска.	Свободно распространяемое ПО или ПО, разработанное в РФ, соответствующее по характеристикам Windows XP, Microsoft Office 2007 и выше.
Практические занятия	Аудитория	Количество посадочных мест – в соответствии с контингентом, рабочее место преподавателя, проектор, экран, компьютер или ноутбук, маркерная или меловая доска.	Свободно распространяемое ПО или ПО, разработанное в РФ, соответствующее по характеристикам Windows XP, Microsoft Office 2007 и выше.
Самостоятельная работа	Помещение для самостоятельной работы	Оснащено компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.	Свободно распространяемое ПО или ПО, разработанное в РФ, соответствующее по характеристикам Windows XP, Microsoft Office 2007 и выше.

## **8 Адаптация рабочей программы для лиц с ОВЗ**

Адаптированная программа разрабатывается при наличии заявления со стороны обучающегося (родителей, законных представителей) и медицинских показаний (рекомендациями психолого-медико-педагогической комиссии). Для инвалидов адаптированная образовательная программа разрабатывается в соответствии с индивидуальной программой реабилитации.

## ЛИСТ РЕГИСТРАЦИИ ИЗМЕНЕНИЙ

<b>№ п/п</b>	<b>Дата</b>	<b>Изменение</b>	<b>Дата и номер протокола заседания УМК</b>	<b>Автор</b>	<b>Начальник ОМОЛА</b>