

Дорогие друзья!

Вы участвуете в Региональной студенческой олимпиаде по радиотехнике.

Желаем вам успеха!

Решение заданий осуществляется на чистых белых листах с указанием порядкового номера задания и хода его решения. Порядок выполнения заданий – произвольный. Допускается выполнение работ в формате Word. На листах, представляемых для проверки, не допускается наличие каких-либо идентификационных признаков, свидетельствующих об авторстве работы. При наличии последних, работа по решению жюри Олимпиады может быть аннулирована.

По истечении 2-х астрономических часов с начала Олимпиады (**или ранее**, по желанию участников) каждый из участников сканирует (или фотографирует) листы решения, размещает их электронные образы в едином файле формата Word (или PDF) и пересылает в виде вложения электронным письмом на адрес оргкомитета (olimpiada.leti@mail.ru).

В письме (но не в работе) указываются Ф.И.О. отправителя, его вуз.

Отсылка писем с вложенными работами участников должна быть осуществлена не позднее 10 минут с момента окончания Олимпиады. Настоятельно советуем не откладывать процедуры сканирования и отправки работ. В противном случае, работа по решению жюри Олимпиады может быть аннулирована.

Организатором олимпиады является Факультет радиотехники и телекоммуникаций Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета «ЛЭТИ»

ЗАДАНИЯ ОЛИМПИАДЫ

Список сокращений:

АБГШ – аддитивный белый гауссовский (нормальный) шум

ВС – временной селектор

ЛЗ – линия задержки

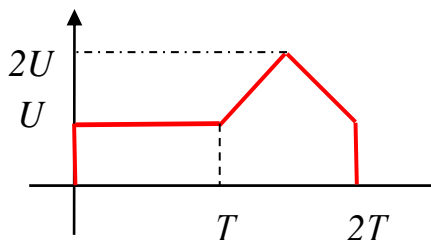
ПВ – плотность вероятности

СВ – случайная величина

СПМ – спектральная плотность мощности

СФ – согласованный фильтр

1. На выходе фильтра согласованного с прямоугольным видеоимпульсом длительностью $b\tau$ и амплитудой U_m момент взятия отсчета выбирается с помощью игрального кубика и равновероятно может принимать одно из значений $k\tau$, $k=1, \dots, b$. Найти среднее значение отношения сигнал/шум на выходе. Помеха АБГШ с СПМ $N_0/2$ (режим установившийся).



2. Как с помощью трех фильтров, согласованных с прямоугольными импульсами длительность, которых можно изменять, и сумматора, построить фильтр, согласованный с сигналом приведенный на рисунке.

3. Найти ПВ отсчетов случайного процесса у которого 30% времени составляют реализации гармонического колебания с амплитудой U_1 и начальной фазой равномерной распределенной в интервале $[-\pi, \pi]$, 40% -реализации телеграфного сигнала с амплитудой U_2 и 30% составляют паузы. Случайным телеграфным сигналом называется процесс,

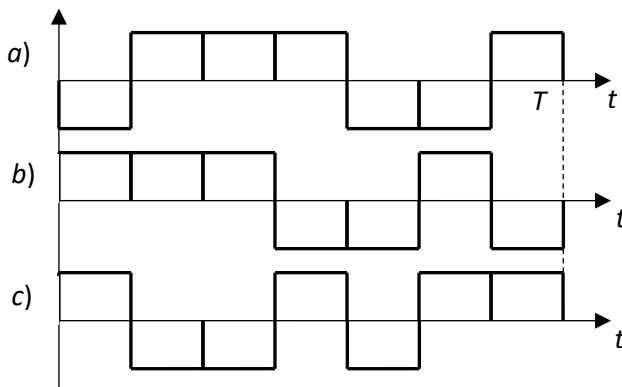
принимающий с вероятностью 0,5 значения $\pm U$. Значения соседних символов являются независимыми.

4. Студент предложил для увеличения отношения сигнал/шум при обработке пакетов суммировать отсчеты, взятые в моменты максимумов главного и первого бокового лепестка выходного сигнала фильтра, согласованного с пакетом. К каким результатам приведет это «изобретение» для 3-х элементного сигнала Баркера $\{+1,+1,-1\}$ и сигнала вида $\{+1,+1,+1\}$? Дать количественную оценку по сравнению с оптимальным алгоритмом.

5. Постоянный сигнал равный U необходимо обнаружить по одному отсчету на фоне помехи, в роли которой выступает аддитивная смесь независимых между собой гармонического колебания амплитудой U с равномерно распределенной начальной фазой в интервале $[-\pi, \pi]$ и обобщенного телеграфного сигнала с амплитудой U . Как выбрать порог, чтобы получить нулевую вероятность ложной тревоги? Какой будет при этом вероятность правильного обнаружения? Каким должен быть уровень обнаруживаемого сигнала для безошибочного обнаружения?

6. На рисунке показаны комплексные огибающие трех импульсных ФМ сигнала одной и той же длительности T . Какой из них предпочтителен для целей

- а) измерения расстояния;
- б) измерения скорости объекта?



7. При попытке собрать СФ для прямоугольного импульса длительности T инженер обнаружил в комплектации лишь линии задержки на $0,5T$ и $1,5T$. Какую из них следует предпочесть?

8. Две гипотезы проверяются на основании наблюдения, состоящего из двух отсчетов: $y = (y_1, y_2)$. Согласно гипотезе H_0 отсчеты являются некоррелированными нормальными случайными величинами с нулевым средним и единичной дисперсией. Альтернатива H_1 предполагает, что отсчеты по-прежнему нормальны, имеют нулевое среднее и единичную дисперсию, но их коэффициент корреляции равен фиксированной ненулевой величине ρ . Составьте оптимальное правило проверки гипотез.

9. Найти коэффициент корреляции СВ $y_1 = \int_0^{\tau} x(t)s_1(t)dt$ и $y_2 = \int_0^{\tau} x(t)s_2(t)dt$, где $x(t)$

АБГШ с СПМ $N_0/2$, $s_1(t)$ и $s_2(t)$ - детерминированные функции.

10. Процесс $y_1(t) = x(t + \Delta) - x(t)$, а процесс $y_2(t) = x(t + \Delta) + x(t)$, где $x(t)$ - нормальный стационарный процесс с нулевым средним значением и СПМ $G(\omega) = \begin{cases} G_0, & |\omega| \leq \Omega \\ 0, & |\omega| > \Omega \end{cases}$. Найти

вероятность того, что в совпадающие моменты времени ($t_1 = t_2 = t$) $y_2(t) \geq y_1(t)$.

11. Реализации случайного процесса имеют вид гармонического колебания $x(t) = A \cos(2\pi f_0 t + \varphi)$, амплитуда A и несущая частота f_0 которого – фиксированные константы, а случайная начальная фаза с равной вероятностью принимает значения из множества $\{0, 2\pi/n, \dots, 2\pi(n-1)/n\}$, где n – натуральное. При каком минимальном значении мощности множества данный процесс стационарен в широком смысле?

12. Найти максимально правдоподобный алгоритм различения двух периодических сигналов, периоды которых сформированы на основе двух четырехэлементных кодов Баркера (1, 1, 1, -1) и (1, -1, 1, 1). Элементарные прямоугольные сигналы имеют амплитуду U и длительность τ . Помеха – АБГШ с $G(\omega) = N_0/2$. Сколько нужно обработать периодов различаемых сигналов, чтобы получить требуемую вероятность ошибки?

13. РТС для передачи данных использует три сигнала. Два из них: $s_1(t) = \begin{cases} U \cos 2\pi f_0 t, & t \in [0, T] \\ 0, & t \notin [0, T] \end{cases}$ и $s_2(t) = \begin{cases} U \cos(2\pi f_0 t + \pi/2), & t \in [0, T] \\ 0, & t \notin [0, T] \end{cases}$. Как следует

выбрать третий сигнал (его амплитуду и начальную фазу), чтобы минимизировать полную вероятность ошибки при минимальной энергии этого сигнала? Помеха АБГШ с СПМ $N_0/2$

14. Случайный процесс, имеющий ПВ для любого отсчета $w(x) = \begin{cases} 1/2A, & x \in [-A, A] \\ 0, & x \notin [-A, A] \end{cases}$ и СПМ

$G(f) = \begin{cases} G_0, & |f| \leq F \\ 0, & |f| > F \end{cases}$ пропускается через систему из N ($N \gg 1$) параллельно включенных

идеальных полосовых фильтров с линейными ФЧХ. АЧХ i -го фильтра системы $|K_i(jf)| = \begin{cases} 1, & -(i-1)\Delta F < f \leq -i\Delta F \text{ или } (i-1)\Delta F < f \leq i\Delta F, \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases}$ $i = \overline{0, N-1}$, $\Delta F = F/N$. Выходы

Всех фильтров суммируются. Найти закон распределения отсчета, взятого из процесса на выходе i -го фильтра системы и отсчета на выходе системы. Результат объяснить!