

1. Обнаружитель, рассчитанный на сигнал $s_1(t) = \begin{cases} U, & t \in [0, T], \\ 0, & t \notin [0, T] \end{cases}$,

используется для обнаружения сигнала $s_2(t) = \begin{cases} -U, & t \in [0, T], \\ U, & t \in [T, 2T] \\ 0, & t \notin [0, 2T] \end{cases}$ Какими по

сравнению с обнаружением $s_1(t)$ будут качественные показатели обнаружения? Как, не меняя фильтр, согласованный с $s_1(t)$, улучшить качественные показатели? Какими они будут по сравнению с оптимальным обнаружителем $s_2(t)$?

2. На вход обнаружителя сигнала $s_1(t) = \begin{cases} U, & t \in [0, T], \\ 0, & t \notin [0, T] \end{cases}$ поступает сигнал

$$s_2(t) = \begin{cases} U \cos 2\pi f_0 t, & t \in [0, T], \\ 0, & t \notin [0, T], \end{cases} \quad f_0 T = 10^6. \text{ Помеха – АБГШ с СПМ } N_0/2. \text{ Найти}$$

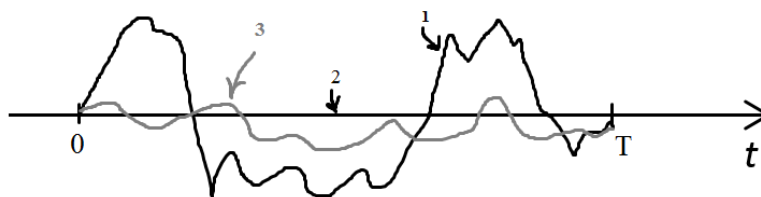
вероятности ложной тревоги α и пропуска сигнала β .

3. Для какого из сигналов $s_{\text{ч}}(t)$ и $s_{\text{нч}}(t)$ ($s_{\text{ч}}(t)$ и $s_{\text{нч}}(t)$ - четная и нечетная составляющие сигнала $s(t)$ соответственно) можно с помощью согласованной фильтрации получить большее значение отношения сигнал/шум. Привести доказательство.

4. Найти вероятность того, что из N независимых отсчетов стационарного нормального СП со средним значением a и дисперсией σ^2 сумма первых $N-1$ отсчетов будет больше значения последнего.

5. Какова вероятность ошибки различения двух равновероятных сигналов, реализованных на основе бинарных последовательностей длины N , имеющих одинаковую энергию E , если бинарная последовательность второго сигнала получается из первой путем замены $n < N$ символов на противоположные. Помеха АБГШ со СПМ $N_0/2$.

6. Белый гауссовский шум с нулевым средним и СПМ $N_0/2$ наблюдается на интервале $[0, T]$. Расположите в порядке убывания вероятности появления трех реализаций, изображенных на рисунке (одна из них №2 равна нулю). Объясните ваше решение.



7. Сигнал $s(t) = S(t) \cos(2\pi f_0 t + \varphi)$, где $S(t)$ и f_0 – известные огибающая и несущая частота, а φ – случайная неизвестная начальная фаза, принимающая равновероятно значения 0 и π в одном случае, или 0 и $\pi/2$ в другом, подается на обнаружитель детерминированного сигнала $s(t) = S(t) \cos 2\pi f_0 t$. Для какого случая при одинаковых значениях вероятности ложной тревоги α **среднее** значение вероятности пропуска β будет меньше? Обоснуйте решение.

8. Найти совместную плотность вероятности случайных величин $\eta_1 = \xi_1 + \xi_2$ и $\eta_2 = \xi_1 - \xi_2$, если $\xi_1 = \int_0^T n(t) dt$, $\xi_2 = \int_0^{2T} n(t) dt$, $n(t)$ – нормальный белый шум с СПМ $N_0 / 2$.

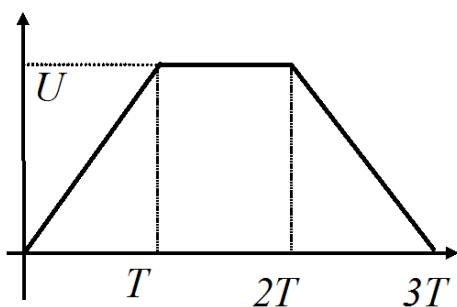
9. На фильтр, согласованный с сигналом $s_1(t) = \begin{cases} U \sin 2\pi f_0 t, & t \in [0, T], \\ 0, & t \notin [0, T], \end{cases}$ подается сигнал $s_2(t) = \begin{cases} U \operatorname{sign}(\sin 2\pi f_0 t), & t \in [0, T], \\ 0, & t \notin [0, T], \end{cases}$ где $\operatorname{sign}(x) = \begin{cases} +1, & x \geq 0, \\ -1, & x < 0. \end{cases}$

Каким будет отношение сигнал/шум на выходе по сравнению с оптимальной фильтрацией сигналов $s_1(t)$ и $s_2(t)$?

10. Элементы матрицы $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ образуются путем двоичного квантования ($U_{\text{вых}} = \begin{cases} +1, & U_{\text{вх}} \geq 0, \\ -1, & U_{\text{вх}} < 0 \end{cases}$) по нулевому уровню независимых отсчетов стационарного нормального СП со средним значением b и дисперсией σ^2 . Найти дисперсию определителя матрицы \mathbf{A} .

11. Необходимо обнаружить и оценить амплитудные множители a_i сигнала $s(t) = \sum_{i=1}^N a_i s_i(t)$ на фоне АБГШ со СПМ $N_0/2$ если $s_i(t)$ – полностью известные взаимно ортогональные сигналы единичной энергии. Считая $N \gg 1$, определить качественные показатели обнаружителя.

12. Генератор гармонических колебаний равновероятно работает либо на частоте f_0 , либо на частоте $f_1 = f_0 + \Delta f$. Амплитуда генерируемых гармонического сигнала – U , мешающее воздействие – нормальный белый шум с СПМ $N_0 / 2$. В течении какого времени необходимо обрабатывать сигнал, чтобы измерить частоту генерируемого колебания с заданной вероятностью ошибки $P_{\text{ош}}$?



13. Случайный процесс имеет вид стационарной случайной последовательности неперекрывающихся импульсов в форме равнобедренных трапеций как положительных, так и отрицательных полярностей (см. рисунок). Импульсы положительной полярности занимают 45% времени, отрицательной – 30%, паузы (отсутствие импульсов) оставшиеся 25%. Найти ПВ отсчета процесса.

14. На идеальный интегратор в момент времени $t=0$ подается сигнал $s(t) = U \cdot 1(t)$, где $1(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0, \\ 0, & t < 0 \end{cases}$ и АБГШ со СПМ $N_0/2$. Построить график отношения сигнал/шум на выходе в зависимости от времени.

15. Как с помощью фильтра, согласованного с прямоугольным импульсом амплитуды U и длительности T , построить обнаружитель для

$$\text{сигнала } s_1(t) = \begin{cases} U, & t \in [0, T], \\ -U, & t \in [2T, 4T], \\ 0, & t \notin [0, T], t \notin [2T, 4T] \end{cases} \quad ? \text{ Приведите структуру обнаружителя и}$$

выражения вероятности ложной тревоги α и пропуска сигнала β , считая помеху АБГШ с СПМ $N_0/2$.

Перечень аббревиатур

АБГШ – аддитивный белый гауссовский шум

ПВ – плотность вероятности

СП – случайный процесс

СПМ – спектральная плотность мощности