

РАСЧЕТ РАЗМЕРА И ФОРМЫ СТРОБА ЗАХВАТА ПРИ ЗАВЯЗКЕ ТРАЕКТОРИИ РАДИОЛОКАЦИОННОЙ ЦЕЛИ

А.А. Коновалов

Аннотация

Рассмотрен процесс формирования строба захвата при завязке траектории радиолокационной цели. Показано, что размер и форма строба должны выбираться с учетом величины погрешности радиолокационных измерений. Получено выражение для вероятности попадания второй отметки в строб захвата, выставленный вокруг начальной отметки. Предложена двухэтапная процедура стробирования, сочетающая кольцевой и эллиптический стробы, проведено ее сравнение с традиционными подходами.

GATE SIZING AND SHAPING FOR THE TENTATIVE TRACK FORMATION IN RADAR TARGET TRACKING

A.A. Konovalov

Abstract

Gating process for the tentative track formation is discussed. It is shown that gate's size and shape are need to be chosen in consideration with radar measurement errors. Equation for the probability of second measurement falling into the gate around initial measurement is given. Two-stage gating technique with ring and elliptic gates is proposed and it's comparison with conventional methods is given.

Завязка – первый этап обнаружения траектории, под которым понимают процесс взятия на сопровождение новых целей, появляющихся в зоне обзора РЛС [1]. Обнаружение траектории цели в системе траекторной обработки радиолокационной информации начинается после проверки принадлежности полученных за обзор отметок сопровождаемым траекториям. Если какая-либо отметка не соответствует ни одной из них, принимается предварительное решение о наличии новой цели и начинается процесс обнаружения ее траектории.

В общем случае алгоритм обнаружения траектории цели включает в себя два этапа: завязка траектории, где устанавливается факт возможного наличия новой цели и оцениваются первоначальные параметры ее движения; и подтверждение завязанной траектории, при которой окончательно фиксируется наличие цели с оцененными на предыдущем этапе параметрами движения.

Этап завязки траектории решает две задачи. Во-первых, отбрасывание отметок, которые заведомо не могут быть соотнесены с данной траекторией (по причине несоответствия предполагаемой динамике цели). Во-вторых, предварительная оценка неизвестных параметров движения цели (прежде всего, вектора скорости), которые затем уточняются на этапе подтверждения. Для такой оценки достаточно двух измерений координат, поэтому обычно в РЛС на этапе завязки используют только две отметки.

На этапе завязки из всей совокупности отметок, полученных РЛС за несколько последовательных обзоров, выбираются те, которые в принципе могут соответствовать отметкам от цели с известными динамическими характеристиками. Для этого вокруг отметки, принятой за начальную, выставляется т.н. строб захвата, в который должна попасть отметка от цели. В однопозиционной РЛС в качестве критерия завязки задается

некоторое число обзоров (критерий вида « $2/N$ »), в радиолокационном комплексе, осуществляющем обнаружение траектории по данным нескольких РЛС, задается время захвата (критерий вида « $2/T_{заб}$ »). Для каждой из попавших в строб захвата отметок производится оценка скорости движения цели, дальнейшее обнаружение траектории осуществляется для всех этих отметок. Данная статья посвящена вопросам определения размера и формы stroba захвата.

В общем виде задача завязки траектории ставится следующим образом. Имеется первая отметка \mathbf{z}_1 с корреляционной матрицей \mathbf{P}_1 , предварительно принимаемая за начало новой траектории (в двумерном случае $\mathbf{z} = [x \ y]^T$). Цель движется в неизвестном направлении со скоростью v , которая может принимать любое значение в интервале $v_{min} \leq v \leq v_{max}$. Через временной промежуток τ получена новая отметка $\mathbf{z}_2, \mathbf{P}_2$. Требуется принять решение о возможной принадлежности новой отметки завязываемой траектории. Аналогичная процедура выполняется для всех отметок, пришедших за заданное в критерии число обзоров или время завязки.

Решение о завязке траектории принимается путем анализа попадания второй отметки в некоторую пространственную область (строб захвата), размер и положение которой соответствуют предположениям о характере движения цели и о процессе измерения. За центр stroba захвата принимаются координаты первой отметки, а его размер традиционно определяется с использованием максимальной v_{max} и минимальной v_{min} возможными скоростями цели [1, 2]. Такой строб захвата имеет форму кольца (см. рис. 1), внутренний радиус которого равен $R_{min} = v_{min} \tau$, внешний $R_{max} = v_{max} \tau$.

Однако такой подход не учитывает погрешности измерения положения цели, которые имеют место как для первой (начальной), так и второй (стрибируемой) отметок. Например, на рис. 1 приведена ситуация, при которой вторая отметка \mathbf{z}_2 не попадает в кольцевой строб, построенный вокруг первой отметки \mathbf{z}_1 , хотя скорость цели удовлетворяет заданным условиям (вокруг истинных положений цели \mathbf{x}_1 и \mathbf{x}_2 показаны эллипсоиды равной вероятности ($\mathbf{z}_i = \mathbf{x}_i + \mathbf{w}_i, i = 1, 2, \mathbf{w}_i$ – независимые случайные вектора, имеющие гауссовское распределение с нулевым средним)).

Отметки, попадающие за пределы кольцевого stroba вследствие ошибок измерения, не участвуют в образовании траектории. Это приводит к снижению вероятности завязки траектории истинной цели; кроме того, реальная вероятность обнаружения траектории получается ниже, чем при аналитических расчетах (в известных методиках [1, 2] вероятность захвата принимается равной вероятности обнаружения отметки, то есть вероятность стробирования считается равной единице).

Оценим, в какой степени отсутствие учета погрешностей измерений влияет на вероятность стробирования. Пусть цель движется с некоторой известной скоростью $\mathbf{v} = [v_x \ v_y]^T$, при этом $\mathbf{x}_2 = \mathbf{x}_1 + \mathbf{v}\tau$. Положение второй измеренной отметки \mathbf{z}_2 относительно центра stroba захвата (\mathbf{z}_1) зависит как от положения первой измеренной отметки \mathbf{z}_1 относительно первой истинной \mathbf{x}_1 , так и от положения второй измеренной

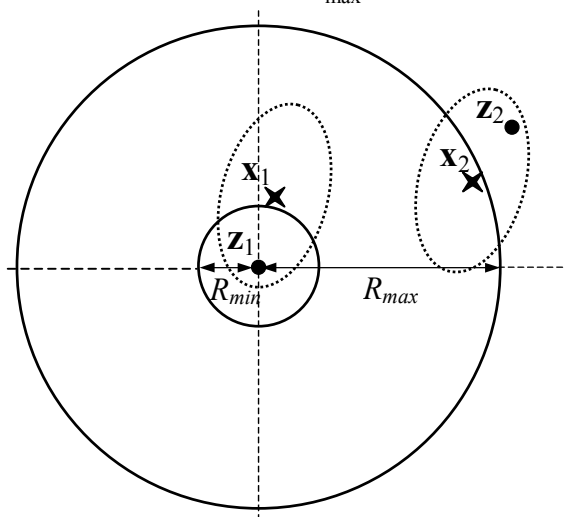


Рис.1

\mathbf{z}_2 относительно второй истинной \mathbf{x}_2 . Полагая эти измерения независимыми, получаем, что плотность вероятности погрешности оценивания положения второй отметки является гауссовской с корреляционной матрицей \mathbf{B} , равной сумме корреляционных матриц обоих измерений: $\mathbf{B} = \mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_2$:

$$f_1(\mathbf{z}_2) = \frac{1}{2\pi\sqrt{|\mathbf{B}|}} \exp\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{z}_2 - \mathbf{x}_2)^T \mathbf{B}^{-1}(\mathbf{z}_2 - \mathbf{x}_2)\right). \quad (1)$$

Вероятность попадания второй отметки в этот строб записывается как

$$P_r(\mathbf{z}_2 \in S_r) = \iint_{S_r} f(\mathbf{z}_2) d\mathbf{z}_2 = \iint_{S_r} \frac{1}{2\pi\sqrt{|\mathbf{B}|}} \exp\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{z}_2 - \mathbf{x}_2)^T \mathbf{B}^{-1}(\mathbf{z}_2 - \mathbf{x}_2)\right) d\mathbf{z}_2, \quad (2)$$

где S_r – область кольцевого строба.

Рассмотрим пример. Пусть интервал между отметками $\tau = 5$ с, ожидаемая скорость цели находится в диапазоне от $v_{\min} = 100$ м/с до $v_{\max} = 500$ м/с, курс = 0° .

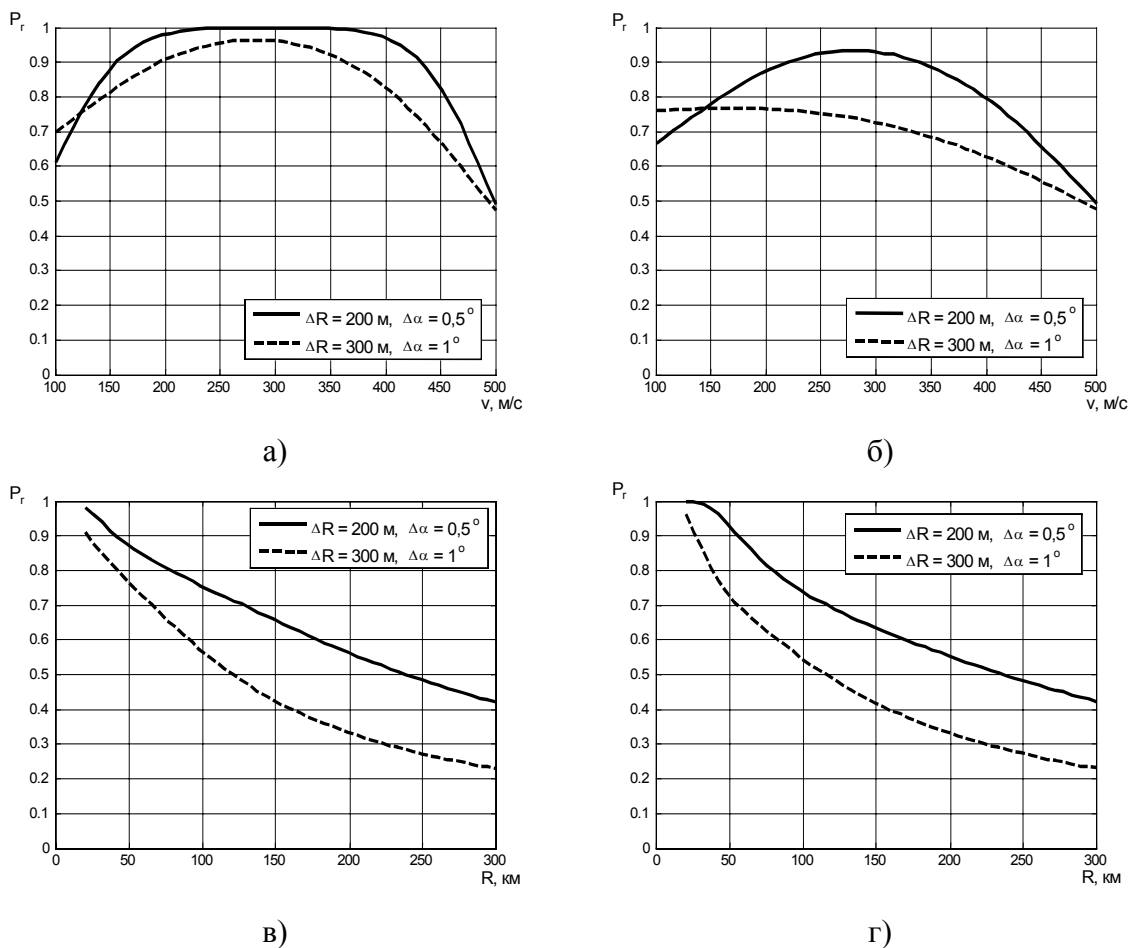


Рис. 2

На рис. 2а,б представлены зависимости вероятности попадания отметки в кольцевой строб (2) от абсолютного значения скорости цели для разных дальностей (а – $R=20$ км, б – $R=50$ км) при разных значениях погрешностей радиолокационных измерений по дальности ΔR и по азимуту $\Delta \alpha$. Очевидно, что чем ближе скорость цели к границам интервала, тем выше вероятность выхода отметки за пределы кольца. При этом вероятность попадания в строб при минимальной скорости выше, чем при максимальной (поскольку при малой скорости отметка может попасть «на другой

берег» кольца). На рис 2в,г представлены зависимости вероятности попадания второй отметки в кольцевой строб от дальности при разных значениях погрешностей измерения по дальности и по азимуту (при скорости цели $v=200$ м/с (в) и $v=300$ м/с (г)). При более высокой погрешности измерения координат цели имеем более высокую вероятность стробирования при малых скоростях, так как при этом больше отметок попадает на противоположную сторону кольца. Отметим, что факт попадания на противоположную сторону позволяет осуществить завязку, но в дальнейшем с большой вероятностью приведет к сбросу подтверждения завязанной траектории.

Вероятность (2) можно назвать условной, поскольку она характеризует вероятность стробирования для известной скорости цели. Определенный интерес представляет также абсолютная вероятность попадания второй отметки в кольцевой строб. Ее положение в пространстве в этом случае определяется не только погрешностями измерения координат локатором, но и истинным положением цели в момент получения второй отметки, зависящим от значения вектора скорости, который в данной ситуации следует рассматривать как случайную величину. Плотность вероятности погрешности оценивания положения второй измеренной отметки является нормальной с нулевым математическим ожиданием и корреляционной матрицей \mathbf{B} :

$$f_1(\mathbf{w}) = \frac{1}{2\pi\sqrt{|\mathbf{B}|}} \exp\left(-\frac{1}{2}\mathbf{w}^T\mathbf{B}^{-1}\mathbf{w}\right). \quad (3)$$

В отсутствие измерений радиальной скорости цели на этапе завязки примем, что все направления движения цели являются равновероятными, а скорость движения распределена равномерно на интервале $[v_{\min}; v_{\max}]$. Тогда истинное положение цели описывается двумерным случайным вектором \mathbf{x}_2 , положение вершины которого распределено равномерно в пределах кольцевого stroba с плотностью вероятности

$$f_2(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1/S_r, & v \in [v_{\min}; v_{\max}] \\ 0, & v \notin [v_{\min}; v_{\max}] \end{cases}, \quad (4)$$

где

$$S_r = \pi R_{\max}^2 - \pi R_{\min}^2 = \pi r^2 (v_{\max}^2 - v_{\min}^2) \quad (5)$$

– площадь кольцевого stroba.

Результирующее положение второй отметки в пространстве является суммой двух независимых случайных величин: $\mathbf{z} = \mathbf{x} + \mathbf{w}$, поэтому плотность вероятности вектора \mathbf{z} находится как свертка их плотностей [3]:

$$g(\mathbf{z}) = f_1 * f_2 = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\mathbf{w}) f_2(\mathbf{z} - \mathbf{w}) d\mathbf{w}.$$

С учетом (3) и (4) получаем:

$$g(\mathbf{z}) = \frac{1}{S_r} \frac{1}{2\pi\sqrt{|\mathbf{B}|}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{w} - \mathbf{z})^T \mathbf{B}^{-1}(\mathbf{w} - \mathbf{z})\right) d\mathbf{w}, \quad (6)$$

Вероятность p того, что двумерная случайная величина \mathbf{z} с плотностью (6) попадет в кольцевой строб, может быть найдена как

$$P_r(\mathbf{z} \in S_r) = \iint_{S_r} g(\mathbf{z}) d\mathbf{z}.$$

Численное решение этого интеграла при $\Delta R = 200$ м, $\Delta\alpha = 0,5^\circ$ и $R = 50$ км дает вероятность стробирования, равную 0,82 (для $R = 20$ км – 0,90).

Таким образом, вероятность стробирования в применяемой традиционно методике расчета stroba захвата зависит от дальности цели, ее реальной скорости и погрешностей измерения координат. Кроме того, она может принимать весьма низкие

значения (0,4÷0,7). Такая ситуация является нежелательной, поэтому возникла необходимость в разработке алгоритма захвата, имеющего известную (лучше всего – задаваемую при проектировании) вероятность захвата. Для этого, очевидно, необходимо учитывать погрешности радиолокационных измерений.

Самым простым способом учета погрешностей измерений является расширение внешнего кольца строба таким образом, чтобы обеспечить попадание в него стробируемой отметки. Например, известен метод [4], при котором радиусы круга получают прибавки, пропорциональные погрешностям измерения соответствующих координат (рис. 3). Введем прямоугольную систему координат, ось X которой ориентирована по направлению РЛС – цель (при таком расположении осей погрешности измерений по координатам являются независимыми). По каждой из осей строб получает прибавки δX и δY , которые имеют вид:

$$\delta X(Y) = K_g \sigma_{X(Y)},$$

где $\sigma_{X(Y)}$ – ошибки определения координаты X или Y , K_g – коэффициент, учитывающий расширение строба за счет ошибок измерения координат, который выбирается исходя из обеспечения заданной вероятности попадания отметки в строб. По формуле $K_g = \sqrt{-2 \ln(1-p)}$, полученной на основе [5], для вероятностей 0,9...0,95 $K_g \approx 2,15...2,45$. Таким образом, задача стробирования заключается здесь в проверке попадания второй отметки в эллиптический строб, который задается посредством величин диагоналей эллипса в прямоугольных координатах, связанных с направлением на цель. Основным недостатком такого подхода является неоправданно большой размер строба направлениях, где цель отсутствует. В результате возрастает вероятность попадания в него ложных отметок, и, соответственно, вероятность обнаружения ложной траектории.

В качестве альтернативы предлагается подход, основанный на двухэтапной процедуре стробирования. Первый этап, как в традиционном способе, заключается в проверке попадания отметки в кольцевой строб, использующий априорную информацию о максимальной и минимальной возможных скоростях сопровождаемых целей. При непопадании в него отметки процедура продолжается проверкой попадания измерения в эллиптический строб, выставляемый таким образом, чтобы вероятность выхода отметки за его пределы даже для целей, движущихся с предельно малыми или большими скоростями не превышала заданную. Тем самым обеспечивается расширение строба только в том направлении, где присутствует цель, и на величину, соответствующую реальному статистическому распределению погрешностей измерений.

Предлагаемая процедура стробирования состоит из следующих операций (см. рис. 4). После получения второй отметки:

- вокруг первой отметки z_1 строится кольцо с радиусами $R_{\min} = v_{\min} \cdot \tau$ и $R_{\max} = v_{\max} \cdot \tau$, проверяется попадание в него второй отметки z_2 , если результат положительный, траектория считается завязанной;

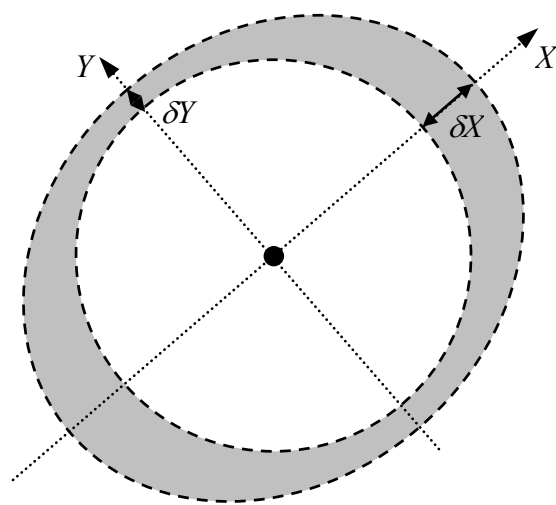


Рис. 3

- при непопадании – определяются координаты точки пересечения луча, выходящего из первой отметки и проходящего через вторую, с внутренней (если вторая отметка попала внутрь кольца) c_{\min} или внешней (если вторая отметка оказалась снаружи) c_{\max} окружностью кольца;
- проверяется попадание второй отметки в эллиптический строб с центром в найденной точке пересечения, размер которого определяется суммой корреляционных матриц обоих измерений и заданной вероятностью стробирования.

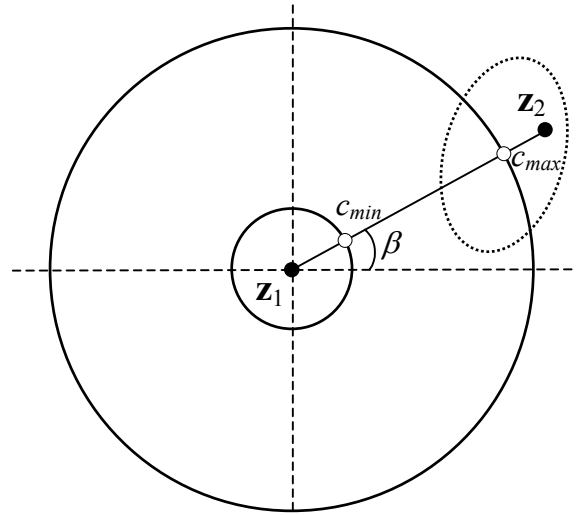


Рис. 4

Первая операция соответствует традиционной процедуре завязки траектории. Нахождение координат точек пересечения луча с окружностями сводится к вычислению угла β между горизонтальной осью кольца и лучом (рис. 4):

$$\beta = \text{atg}((y_2 - y_1)/(x_2 - x_1))$$

и добавки к координатам центра кольца:

$$\mathbf{c}_{\max} = \mathbf{z}_1 + R_{\max} \cdot \begin{bmatrix} \cos \beta \\ \sin \beta \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c}_{\min} = \mathbf{z}_1 + R_{\min} \cdot \begin{bmatrix} \cos \beta \\ \sin \beta \end{bmatrix}.$$

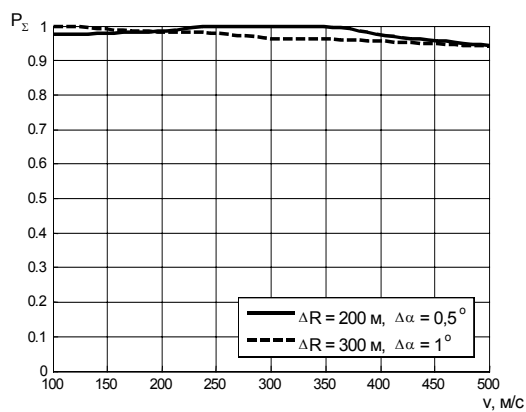
Проверка попадания отметки в эллиптический строб осуществляется известным способом, используемым при стробировании на этапе сопровождения [6], который включает в себя следующие действия:

- вычисляются вектор невязки $\mathbf{v} = \mathbf{z}_2 - \mathbf{c}_{\min}$ ($\mathbf{v} = \mathbf{z}_2 - \mathbf{c}_{\max}$) и его корреляционная матрица $\mathbf{B} = \mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_2$,
- вычисляется квадратичная форма $\rho = \mathbf{v}^T \mathbf{B}^{-1} \mathbf{v}$,
- значение квадратичной формы ρ сравнивается с порогом стробирования γ , и если оно не превосходит порог, отметка попала в строб.

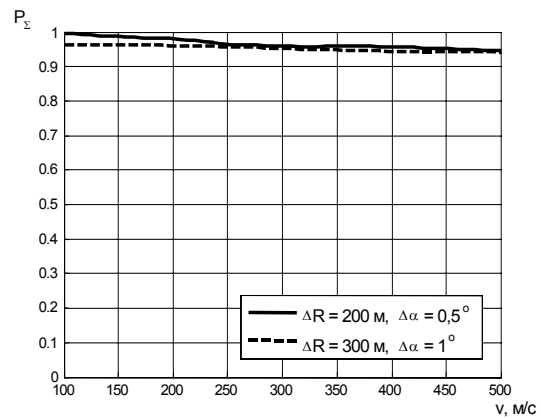
Значение порога стробирования γ вычисляется заранее при помощи обратной функции распределения вероятностей χ^2 для заданной вероятности стробирования P_G и степенью свободы, равной размерности измерения [6]. Например, для $n = 2$ и $P_G = 0,9$ порог стробирования $\gamma = 4,6$.

Вероятность P_Σ попадания второй отметки в такой комбинированный строб вычисляется по тем же формулам, что и для кольцевого, с той лишь разницей, что интегрирование плотности вероятности производится по области, образованной объединением кольцевого и эллиптического стробов. На рис. 5 представлены графики зависимостей вероятности стробирования второй отметки от скорости для разных дальностей ($a = 20$ км, $b = 50$ км) и от дальности для разных скоростей ($v = 200$ м/с и $v = 300$ м/с) при разных погрешностях радиолокационных измерений. Вероятность попадания в эллиптический строб задавалась равной 0,9.

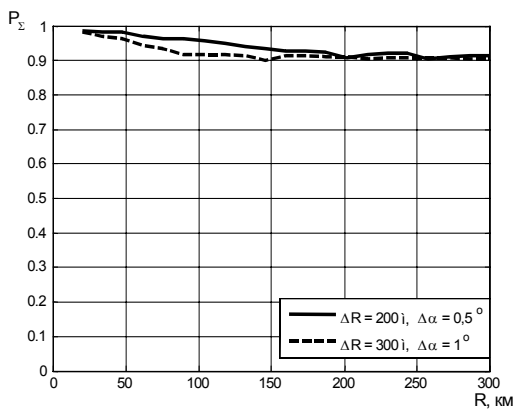
Безусловную вероятность стробирования для комбинированного строба P'_Σ можно рассчитать по тем же формулам, что и для кольцевого, взяв иную область интегрирования, которая в данном случае образована наложением эллипсов с центрами на окружностях кольца (см. рис. 6).



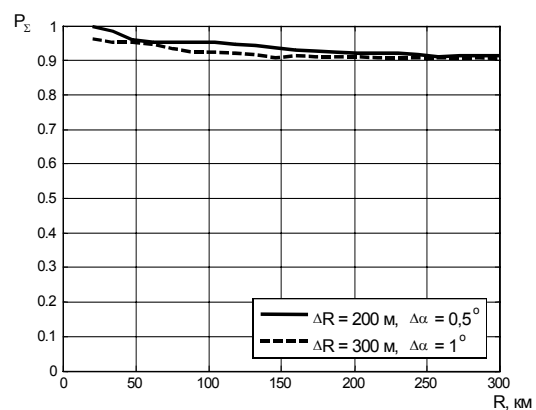
а)



б)



в)



г)

Рис. 5

Можно считать, что ее внешняя граница совпадает с эллипсом, полученным путем расширения внешнего кольца строба, а внутренняя (в большинстве реальных соотношений погрешностей измерений и минимальной скорости) стягивается в точку. Расчет для рассмотренного ранее примера ($\Delta R = 200$ м, $\Delta \alpha = 0,5^\circ$, $R = 50$ км) дает значение $P'_\Sigma = 0,9967$.

Таким образом, предложенный способ построения строба захвата обеспечивает вероятность стробирования для всех скоростей цели не менее заданной. Из сравнения рисунков 3 и 6 можно заметить, что такой же результат обеспечивает и метод, основанный на расширении внешнего кольца строба. Однако, как уже упоминалось, вследствие расширения строба в тех направлениях, где отсутствует цель, этот метод обладает большей вероятностью попадания в него ложных отметок. Покажем это на примере.

Комбинированный строб, предложенный в данной работе, представляет собой кольцо, дополненное примерно половиной эллипса: $S_\Sigma \approx S_r + S_e / 2$. Площадь кольцевого строба рассчитывается по формуле (5), площадь эллиптического

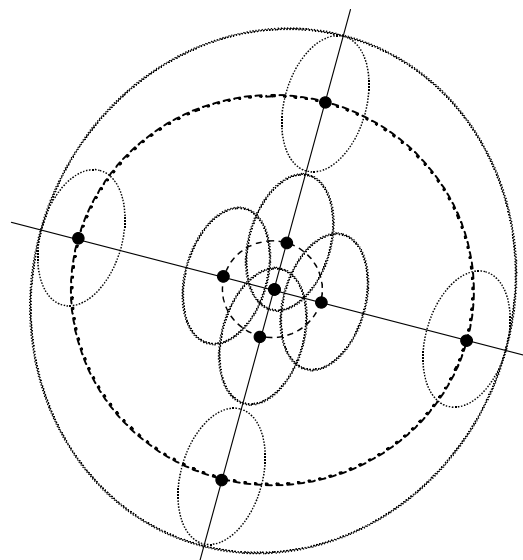


Рис. 6

$S_e = \pi \sqrt{|\gamma \mathbf{B}_k|}$ [7]. Расширенный строб [4] имеет форму эллипса, размер его полуосей $a = v_{\max} \tau + K_g \sigma_{1X}$, $b = v_{\max} \tau + K_g \sigma_{1Y}$. Следовательно, $S_\Sigma = \pi (v_{\max} \tau + K_g \sigma_{1X}) (v_{\max} \tau + K_g \sigma_{1Y})$.

Ложные отметки будем считать равномерно распределенными по всей области наблюдения, тогда априорная плотность вероятности появления некоторого числа ложных отметок в стробе подчиняется распределению Пуассона и вероятность появления ровно m отметок равна [7]

$$\mu_F(m) = \exp(-FS') \frac{(FS')^m}{m!},$$

где F – вероятность ложной тревоги в РЛС, $S' = \frac{S}{\delta R \cdot R \delta \alpha}$ – размер строба, выраженный

в числе попадающих в него элементов разрешения, R – дальность цели, δR и $\delta \alpha$ – разрешающая способность РЛС по дальности и азимуту соответственно.

Вероятность попадания в строб хотя бы одной ложной отметки равна

$$f = 1 - \mu_F(0) = 1 - \exp(-FS').$$

Для примера ($\Delta R = 200$ м, $\Delta \alpha = 0,5^\circ$, $R = 50$ км, $\delta R = 500$ м, $\delta \alpha = 1,5^\circ$, $T_{обз} = 5$ с, $v_{min} = 100$ м/с, $v_{max} = 500$ м/с) расширенный строб больше комбинированного в 1,5 раза (49 ячейки против 31), в такое же число раз будет больше среднее число ложных отметок и вероятность попадания в строб хотя бы одной ложной отметки (для $F=10^{-4}$ она равна 0,0049 и 0,0031 соответственно).

Полная вероятность захвата траектории цели, появившейся в зоне ответственности РЛС, равна произведению вероятности попадания отметки в строб захвата на вероятности обнаружения первой и второй отметок: $P_i = P_\Sigma P_{D1} P_{D2}$.

Список литературы

1. Кузьмин С.З. Цифровая радиолокация. Введение в теорию. Киев: КВИЦ, 2000. 428 с.
2. Информационные технологии в радиотехнических системах. / Под ред. И.Б. Федорова. М.: Изд-во МГТУ им. Баумана, 2004. 768 с.
3. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения. М.: Наука, 1988. 480 с.
4. Татузов А.Л. Нейронные сети в задачах радиолокации. М.: Радиотехника, 2009. 432 с.
5. Росин М.Ф. Статистическая динамика и теория эффективности систем управления. М.: Машиностроение, 1970. 336 с.
6. Радиотехнические системы: учебник для вузов / Под ред. Ю.М. Казаринова. М.: Издательский центр «Академия», 2008. 592 с.
7. Y. Bar-Shalom and X.R. Li. Multitarget-Multisensor Tracking: Principles and Techniques. – Storrs, YBS Publishing, 1995. 640 p.

Сведения об авторе



Коновалов Александр Анатольевич. Родился в 1973 г. Окончил Санкт-Петербургский Государственный Электротехнический Университет «ЛЭТИ» в 1996 г. Научный сотрудник СПбГЭТУ.

Сфера научных интересов: многопозиционная радиолокация, траекторная обработка радиолокационной информации, методы объединения данных. Автор более 20 работ.

E-mail: al_an_kon@mail.ru