

А.А. Коновалов

АЛГОРИТМ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО ОБНАРУЖЕНИЯ ТРАЕКТОРИИ РАДИОЛОКАЦИОННОЙ ЦЕЛИ

*Санкт-Петербургский государственный электротехнический универси-
тет «ЛЭТИ»*

В материале рассматриваются вопросы построения последовательного алгоритма обнаружения траектории радиолокационной цели в системе траекторной обработки моностатической РЛС и многопозиционных радиолокационных комплексов.

Традиционно обнаружение траектории радиолокационной цели осуществляется в два этапа – этап завязки и этап подтверждения [1]. Задача завязки – получение первоначальных оценок параметров траектории при обеспечении высокой вероятности обнаружения истинной траектории [2]. В условиях интенсивных помех будет завязываться большое число ложных траекторий, в этом случае дополнительно используется второй этап обнаружения, этап подтверждения, главная задача которого состоит в снижении вероятности обнаружения ложной траектории до требуемого уровня при обеспечении заданной вероятности обнаружения истинной траектории.

В настоящее время в качестве алгоритмов подтверждения применяются метод статистического последовательного анализа, метод серийных испытаний и метод на основе преобразования Хафа. Все они основаны на фиксации необходимого числа измерений, присвоенных данной траектории. Метод серийных испытаний использует критерии вида «2 из N » («2 за $T_{подт}$ »), он прост в реализации, но в нем довольно труден обоснованный выбор параметров. Преобразование Хафа оперирует набором отметок фиксированного размера, его основная сложность также в обоснованном выборе параметров, кроме того, пока отсутствует его реализация для асинхронных неравноточных измерений. Последовательный алгоритм обеспечивает минимальное время обнаружения траектории среди всех алгоритмов с одинаковыми ошибками первого и второго рода, удобен для реализации в многопозиционном комплексе.

Задача последовательного подтверждения траектории в РЛС ставится следующим образом. Результатом этапа завязки является оценка вектора состояния цели $\hat{\mathbf{x}}_0 = [x, y, v_x, v_y]^T$ и ее ковариационная матрица $\hat{\mathbf{P}}_0$. На k -ом шаге подтверждения имеется набор наблюдений $\mathbf{Z}_k = \{\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, \dots, \mathbf{z}_k\}$, где $\mathbf{z}_i = [x, y]^T$ – вектор измеренных параметров с ковариационной матрицей \mathbf{R}_i

при обнаружении отметки на i -ом шаге, или $z_i = 0$ при пропуске. Согласно процедуре последовательного анализа формулируются две гипотезы: H_1 – принимаемая последовательность отметок и пропусков обусловлена наличием реальной цели, H_0 – наблюдения, формирующие траекторию, являются ложными отметками. На каждом k -ом шаге работы вычисляется отношение правдоподобий:

$$\Lambda(\mathbf{Z}_k) = \frac{P(\mathbf{Z}_k | H_1)}{P(\mathbf{Z}_k | H_0)} \Lambda_0,$$

где $P(\mathbf{Z}_k | H_i)$ – функция правдоподобия набора наблюдений \mathbf{Z}_k при истинности гипотезы H_i , Λ_0 – начальное значение правдоподобия, присваиваемое траектории по окончании этапа завязки, обычно полагают $\Lambda_0 = 1$.

Для независимых наблюдений после перехода к логарифмам имеем

$$\Lambda_L(\mathbf{Z}_k) = \sum_{i=1}^k \ln \Lambda(\mathbf{z}_i) = \Lambda_L(\mathbf{Z}_{k-1}) + \Delta\Lambda(\mathbf{z}_k),$$

где $\Lambda_L(\mathbf{Z}_k)$ – текущее логарифмическое отношение правдоподобия (ЛОП), $\Delta\Lambda(\mathbf{z}_i) = \ln \Lambda(\mathbf{z}_i)$ – приращение ЛОП на i -ом шаге.

В полученных данных (т.е. в отметках) может заключаться информация двух видов – *кинематическая* и *сигнальная* [3]. Кинематическая информация заключена в координатах отметки и отражает процесс движения цели и положение отметки в пространстве измерений. Сигнальная информация характеризует энергетические соотношения при обнаружения сигнала (амплитуда, отношение сигнал/шум), а при их отсутствии в качестве сигнальных параметров можно использовать сам факт обнаружения или пропуска цели; далее мы будем рассматривать именно этот случай. Соответственно, приращение ЛОП $\Delta\Lambda(\mathbf{z}_k)$ также имеет две составляющие:

$$\Delta\Lambda(\mathbf{z}_k) = \Delta\Lambda_K(\mathbf{z}_k) + \Delta\Lambda_S(\mathbf{z}_k).$$

Рассмотрим кинематическую составляющую. Так как распределение измеренной отметки относительно экстраполированной является гауссовским, ее отклонение подчиняется двумерному нормальному закону:

$$P_K(\mathbf{z}_k | H_1) = \frac{1}{2\pi\sqrt{|\mathbf{S}_k|}} \exp\left(-\frac{1}{2} \mathbf{v}_k^T \mathbf{S}_k^{-1} \mathbf{v}_k\right) = \frac{e^{-\rho_k/2}}{2\pi\sqrt{|\mathbf{S}_k|}},$$

где $\rho_k = \mathbf{v}_k^T \mathbf{S}_k^{-1} \mathbf{v}_k$ – квадратичная форма, характеризующая нормализованное статистическое расстояние вектора измерений, $\mathbf{v}_k = \mathbf{z}_k - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}$ – невязка, $\mathbf{S}_k = \mathbf{H}\mathbf{P}_{k|k-1}\mathbf{H}^T + \mathbf{R}_k$ – ее ковариационная матрица, \mathbf{H} – матрица наблюдения,

$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}$ и $\mathbf{P}_{k|k-1}$ – экстраполированная оценка вектора состояния и ее ковариационная матрица, соответствующие алгоритму фильтра Калмана [4].

Ложные отметки будем считать равномерно распределенными в пространстве строба сопровождения размера V_k , тогда $P_K(\mathbf{z}_k | H_0) = 1/V_k$. Размер строба определяется корреляционными свойствами измеренной и экстраполированной отметки и порогом стробирования γ , определяемым на основе заданной вероятности стробирования P_G [4]. В двумерном случае $V_k = \pi\sqrt{\gamma|\mathbf{S}_k|}$.

Таким образом, при получении отметки на k -ом шаге кинематическое приращение ЛОП будет равно:

$$\Delta\Lambda_K(\mathbf{z}_k) = \ln\left[\frac{P_K(\mathbf{z}_k | H_1)}{P_K(\mathbf{z}_k | H_0)}\right] = \ln\left[\frac{e^{-\rho_k/2}}{2\pi\sqrt{|\mathbf{S}_k|}}V_k\right] = \ln\left[0,5e^{-\rho_k/2}\sqrt{\gamma}\right]. \quad (1)$$

При пропуске отметки на k -ом шаге $\Delta\Lambda_K = 0$.

Пусть на k -ом шаге в стробе обнаружена отметка, то есть $\mathbf{z}_k \equiv 1$. Тогда сигнальное приращение ЛОП

$$\Delta\Lambda_{Sk}(1) = \ln\left[\frac{P_k(1|H_1)}{P_k(1|H_0)}\right],$$

где $P_k(1|H_1)$ и $P_k(1|H_0)$ – условные вероятности получения отметки на k -ом шаге при истинности гипотез H_1 и H_0 соответственно. При истинности гипотезы H_1 в стробе могут оказаться как истинная, так и одна или несколько ложных отметок, при истинности гипотезы H_0 – только ложные, поэтому

$$P_k(1|H_1) = 1 - (1 - f_k)(1 - p),$$

$$P_k(1|H_0) = f_k.$$

Здесь p – вероятность появления истинной отметки на входе алгоритма подтверждения траектории, которая равна произведению вероятностей обнаружения цели в РЛС и попадания отметки в строб подтверждения $p = P_D \cdot P_G$. Полагая вероятность обнаружения цели постоянной за время обнаружения траектории, вероятность прихода истинной отметки в процессе подтверждения траектории также является постоянной.

Величина f_k – вероятность попадания хотя бы одной ложной отметки в строб подтверждения траектории на k -ом шаге. Поскольку ложные отметки равномерно распределены по всей области строба подтверждения, их количество в стробе подчиняется распределению Пуассона, и вероятность появления в стробе ровно m ложных отметок равна

$$\mu_k(m) = e^{-FV'_k} \frac{(FV'_k)^m}{m!},$$

где F – вероятность ложной тревоги в элементе разрешения РЛС, $V'_k = \frac{V_k}{\delta R \cdot R \delta \alpha}$ – объем строга сопровождения, выраженный в числе элементов разрешения РЛС, R – дальность цели, δR и $\delta \alpha$ – разрешающая способность РЛС по дальности и азимуту соответственно. Отсюда

$$f_k = 1 - \mu_k(0) = 1 - \exp(-FV'_k).$$

Следовательно,

$$\Delta \Lambda_{Sk}(1) = \ln \left[\frac{1 - (1 - f_k)(1 - p)}{f_k} \right] = \ln [p_k / f_k], \quad (2)$$

где $p_k = 1 - (1 - f_k)(1 - p)$ – вероятность обнаружения хотя бы одной отметки в строге сопровождения на k -ом шаге подтверждения, которая учитывает возможность появления как истинной, так и ложных отметок.

Сигнальное приращение ЛОП при пропуске отметки на k -ом шаге можно найти как

$$\Delta \Lambda_{Sk}(0) = \ln \left[\frac{P_k(0 | H_1)}{P_k(0 | H_0)} \right] = \ln \left[\frac{(1 - p)(1 - f_k)}{1 - f_k} \right] = \ln [1 - p]. \quad (3)$$

Объединяя формулы (1-3), получаем выражение для расчета ЛОП на очередном шаге работы последовательного алгоритма подтверждения:

$$\Lambda_L(\mathbf{Z}_k) = \Lambda_L(\mathbf{Z}_{k-1}) + \begin{cases} \ln [0,5e^{-\rho_k/2} \sqrt{\gamma}] + \ln [p_k / f_k] & \text{при обнаружении отметки} \\ \ln [1 - p] & \text{при пропуске отметки} \end{cases}.$$

Вычисленное на k -ом шаге текущее значение отношения правдоподобия $\Lambda_L(\mathbf{Z}_k)$ сравнивается с двумя порогами, которые определяются исходя из заданных вероятностей обнаружения истинной P_T и ложной F_T траектории:

$$\ln A = \ln \frac{P_T}{F_T}, \quad \ln B = \ln \frac{1 - P_T}{1 - F_T}.$$

Если это значение превосходит порог $\ln A$, принимается гипотеза H_1 , то есть решение о подтверждении траектории (а значит, ее окончательном обнаружении). Если оно оказывается меньше нижнего порога $\ln B$, принимается гипотеза H_0 , то есть решение о сбросе процесса обнаружения. Если значение ЛОП находится между порогами, принятие решения откладывается, и процесс подтверждения траектории продолжается.

Предложенный алгоритм соединяет в себе расчет двух составляющих ЛОП – кинематической и сигнальной (как в [3]) с учетом присутствия ложных

отметок (как в [1]), причем учитывается не одна, а любое возможное число ложных отметок. Кроме того, в отличие от обоих этих алгоритмов, принимается во внимание и вероятность стробирования.

В комплексе с синхронным объединением отметок цель наблюдается одновременно всеми РЛС комплекса, отметки формируются синхронно и соответствуют одному и тому же положению цели в пространстве. В предположении об истинности гипотезы H_1 целесообразно сформировать единичное измерение [5] путем взвешенного суммирования локальных оценок. При числе источников, превышающем два, удобно использовать формулу последовательного уточнения, согласно которой на первом шаге $\hat{\mathbf{z}}_1 = \mathbf{z}_1, \hat{\mathbf{P}}_1 = \mathbf{P}_1$, на каждом последующем

$$\hat{\mathbf{z}}_i = \hat{\mathbf{z}}_{i-1} + \mathbf{K}(\mathbf{z}_i - \hat{\mathbf{z}}_{i-1}), \hat{\mathbf{P}}_i = (\mathbf{I} - \mathbf{K})\hat{\mathbf{P}}_{i-1}, \mathbf{K} = \hat{\mathbf{P}}_{i-1}(\hat{\mathbf{P}}_{i-1} + \mathbf{P}_i)^{-1},$$

где \mathbf{I} – диагональная единичная матрица, $i = 2, \dots, N_k$, N_k – число РЛС, обнаруживших на данном обзоре отметку.

Вероятность p попадания отметки в строб подтверждения для РЛС, фигурирующая в выражениях для сигнального приращения правдоподобия при обнаружении $\Delta\Lambda_{sk}$ (2) и пропуске (3), заменяется на вероятность обнаружения цели хотя бы в одной РЛС:

$$p_{\Sigma} = 1 - \prod_{i=1}^N (1 - p_i),$$

где p_i – вероятность попадания отметки в строб подтверждения в i -ой РЛС. Пропуску цели в рамках гипотезы H_1 в синхронном комплексе соответствует отсутствие отметок в стробах подтверждения всех РЛС. Вероятность попадания хотя бы одной ложной отметки в строб подтверждения траектории в синхронном комплексе вычисляется аналогично:

$$f_{\Sigma k} = 1 - \prod_{i=1}^N (1 - f_{ki}).$$

В предположении об истинности гипотезы H_0 объединение отметок не производится. Остальные вычисления выполняются как в РЛС.

Возможен вариант, когда на каждой РЛС происходит свое обнаружение траектории при помощи последовательного алгоритма, а промежуточные результаты (текущее отношение правдоподобия), пересылается в центр объединения, где на основе локальных правдоподобий формируется единая интегральная оценка, которая сравнивается с соответствующими порогами и служит основой для вынесения одного из трех возможных решений. Очевидно, что и в этом случае измерения в РЛС должны быть синхронными. Такой вариант обнаружения траектории называется *децентрализованным* (иногда

распределенным), поскольку одна часть работы алгоритма выполняется локальным датчиком (вычисление локального отношения правдоподобия), другая часть – центром объединения (формирование интегральной оценки правдоподобия). Если сумма средних приращений ЛОП во всех РЛС будет больше, чем в любой из них, что как правило и наблюдается в реальных ситуациях при истинности гипотезы H_1 , то среднее время до принятия решения об обнаружении в комплексе будет меньше, чем в любой из РЛС. При децентрализованном последовательном обнаружении траектории можно воспользоваться результатами, полученными в теории децентрализованного последовательного обнаружения сигналов, см. например [6].

В радиолокационном комплексе с асинхронным объединением отметок последовательное обнаружение траектории реализуется точно так же, как и в одиночной РЛС – выражения для порогов и приращения вероятностей остаются в силе (при этом используются вероятности обнаружения и ложной тревоги для той РЛС, отметка от которой обрабатывается на данном шаге подтверждения). Единственный нюанс заключается в том, что для корректного вычисления ЛОП необходимо заранее знать время появления отметок от всех РЛС, с тем чтобы зафиксировать возможный пропуск обнаружения и произвести декремент ЛОП. Для этого в каждый момент времени в центре обработки должно быть известно текущее положение ДН антенн всех РЛС. Если такая информация о работе РЛС недоступна, следует разработать адаптивный алгоритм, извлекающий нужную информацию из поступающих данных. Нетрудно заметить, что появление отметок, содержащих данные об азимуте цели и времени ее обнаружения, эту информацию предоставляет. Полагая известными режимы работы всех РЛС, можно спрогнозировать время следующего появления данных.

Однако и при таком подходе могут возникнуть проблемы в том случае, если никакой информации от той или иной РЛС с момента включения комплекса не поступало, то есть для первых целей. Кроме того, следует также учитывать и зоны видимости каждой РЛС – имеет ли данная РЛС возможность обнаружения данной цели, или ей препятствуют те или иные факторы, например, рельеф местности. Наконец, нельзя исключать и возможность оперативного изменения режима работы РЛС (переключение шкалы дальности, мощности излучения, границ секторного обзора), которое может производиться без уведомления центра объединения. Учитывая все эти факторы, предлагается для каждой новой цели сформировать *список* РЛС, способных ее обнаруживать (по факту прихода от данной РЛС отметок, отождествленных с данной целью), и *расписание* поступления следующих

отметок $\{\hat{t}_m\}$. Отсутствие отметки в предполагаемый момент прихода означает пропуск этой цели в данной РЛС.

После начала процесса обнаружения траектории в этом списке гарантированно имеется одна РЛС – та, от которой пришла первая отметка. Затем в ходе завязки поступают одна или несколько следующих отметок – от этой РЛС или от других. После успешного окончания завязки формируется список РЛС, отметки от которых участвовали в завязке данной траектории, и расписание прихода следующих отметок от этих РЛС. После прихода на этапе подтверждения траектории отметок от новой РЛС, последняя добавляется в список, после чего производится корректировка расписания.

Список литературы

1. С.З. Кузьмин. Основы теории цифровой обработки радиолокационной информации. М.: Советское радио, 1974.
2. А.А. Коновалов. Алгоритм завязки траектории при многопозиционном сопровождении радиолокационной цели // Материалы конференции «Научные и инновационные технологии в решении проблем прогнозирования и предотвращения чрезвычайных ситуаций и их последствий», СПб, 24-25 ноября 2011. – С. 83-88.
3. S. Blackman, R. Popoli. Design and Analysis of Modern Tracking Systems. Artech House, Boston, London, 1999.
4. Радиотехнические системы: учебник для вузов / Под ред. Ю.М. Казаринова. М.: Издательский центр «Академия», 2008.
5. В.С. Черняк. Многопозиционная радиолокация. М.: Радио и связь, 1993.
6. A.M. Hussain. Multisensor distributed sequential detection // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 1994. No 3. Pp. 698-708.