

На правах рукописи



**Бобобеков Курбонмурод Мулломиракович**

**ПОЛИНОМИАЛЬНЫЙ МЕТОД СИНТЕЗА МНОГОКАНАЛЬНЫХ  
РЕГУЛЯТОРОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МАТРИЦЫ СИЛЬВЕСТРА**

05.13.01 – Системный анализ, управление и обработка информации  
(технические системы)

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук

Санкт-Петербург –2019

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Новосибирский государственный технический университет»

Научный руководитель: **Воевода Александр Александрович**  
доктор технических наук, профессор,  
профессор кафедры Автоматики,  
ФГБОУ ВО «Новосибирский государственный  
технический университет», г. Новосибирск

Официальные оппоненты: **Гайдук Анатолий Романович**,  
доктор технических наук, профессор,  
профессор кафедры Систем автоматического управ-  
ления, ФГАОУ ВО «Южный федеральный универ-  
ситет», г. Ростов-на-Дону

**Тютиков Владимир Валентинович**,  
доктор технических наук, профессор,  
профессор кафедры «Автоматизации технологиче-  
ских процессов», ФГБОУ ВО «Ивановский государ-  
ственный энергетический университет  
им. В.И. Ленина», г. Иваново

Ведущая организация: ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский  
Томский политехнический университет», г. Томск

Защита состоится 25 ноября 2019 г. в 14:00 часов на заседании диссертацион-  
ного совета Д 212.238.07 на базе Санкт-Петербургского государственного электро-  
технического университета «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина) (СПбГЭТУ «ЛЭ-  
ТИ») по адресу: 197376, г. Санкт-Петербург, улица Профессора Попова, д. 5.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГАОУ ВО Санкт-  
Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им.  
В.И. Ульянова (Ленина) (СПбГЭТУ «ЛЭТИ») и на сайте по адресу: [www.etu.ru](http://www.etu.ru) в раз-  
деле «Подготовки кадров высшей квалификации» - «Объявление о защитах»

Автореферат разослан «24» сентября 2019 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета Д 212.238.07

к.т.н., доцент

/ В.В. Цехановский/

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы.** В связи с постоянным развитием технических систем и их усложнением возникает необходимость применять для них регуляторы все более и более сложные и, следовательно, более дорогие по стоимости и более трудоемкие в эксплуатации. Однако в настоящее время разработанные алгоритмы управления не всегда отвечают поставленным задачам, особенно в случае многоканальных объектов, к которым относятся объекты, имеющие несколько регулируемых переменных. Примерами многоканальных объектов могут служить объекты, в которых протекают процессы, исключающие возможность автономного управления отдельными переменными. Такие процессы часто встречаются, например, в системах пилотирования и кондиционирования воздуха самолетов, в станках с числовым программным управлением, в системах навигации, в нефтеперерабатывающей и нефтехимической промышленности. Таким образом, задача формализации синтеза многоканальных регуляторов является достаточно актуальной.

В теории автоматического управления задача синтеза линейных многоканальных регуляторов занимает особое место, например, из-за использования матричных уравнений и матричного исчисления, из-за усложнения таких классических понятий, как нули и полюса, из-за необходимости перехода от характеристического полинома к характеристической матрице и т. д. Эти особенности вынуждают использовать многоканальные регуляторы, расчет параметров которых – довольно сложная задача.

Теория синтеза многоканальных регуляторов в настоящее время интенсивно развивается, и большой вклад в этой области внесли многие отечественные ученые: А.А. Александров, В.А. Бесекерский, Л.Н. Волгин, А.А. Воевода, А.Р. Гайдук, Л.С. Гольдфарб, А.В. Дылевский, Д.П. Ким, А.В. Михайлов, М.В. Мееров, А.М. Малышенко, А.И. Рубан, Е.М. Смагина и другие, а также зарубежные ученые: П. Деруссо, Г. Найквист, У.М. Уонэм, Р.Ж. Антсаклис, К.Ж. Åström, С.Т. Chen, М. Dahleh, J.C. Doyle, Q.G. Wang и др. В частности, задача синтеза многоканальных регуляторов для линейных многоканальных объектов рассматривалась в диссертационных работах А.В. Чехонадского, Е.В. Шобы, В.В. Вороного и др. Аппарат полиномиального матричного разложения, используемый в работах последних, показал свою перспективность и используется в данной работе.

Диссертационная работа посвящена анализу и синтезу многоканальных систем автоматического управления (САУ или МСАУ) с использованием полиномиальных методов. Важной задачей является формализация алгоритмов синтеза регуляторов, которые бы обеспечивали желаемые требования, предъявляемые к системе управления. Этой задаче и посвящена большая часть данного исследования, а именно разработке методов и алгоритмов синтеза многоканальных регуляторов полиномиальным методом с использованием матрицы Сильвестра. Полученные результаты являются развитием алгоритмов, приведенных в вышеназванных работах.

**Цель и задачи диссертационной работы.** Цель диссертационного исследования – разработка метода синтеза регуляторов полного и повышенного порядка на основе решения матричного полиномиального уравнения для многоканальных объектов.

Необходимо исследовать и решить следующие *задачи*, чтобы достичь поставленной цели:

– разработать алгоритм синтеза регуляторов *повышенного порядка* с целью введения так называемых свободных параметров, позволяющих обеспечивать дополнительные требования к САУ; модифицировать метод синтеза одноканальных регу-

ляторов с использованием факторизации моделей объектов, позволяющей «сохранять» устойчивые нули (полюса) объекта в замкнутой системе;

– разработать формализованный *алгоритм* преобразования полиномиальных матричных моделей объектов к взаимно простому виду с использованием матрицы Сильвестра;

– предложить новое структурное преобразование уравнений многоканальных линейных объектов с использованием полиномиального разложения и унимодальных матриц, которое позволит изменять строчные (столбцовые) степени полиномиальных моделей объектов;

– разработать *алгоритм* адаптивной подстройки параметров регулятора с использованием методов активной идентификации.

**Объектом исследований** являются управляемые физические объекты и процессы (например, стабилизация температурных режимов полок в колонне синтеза аммиака,  $n$ -массовые системы, электромеханические вибрационные системы и т. п.), где требуется обеспечивать целевое управление несколькими выходными величинами.

**Предметом исследований** являются многоканальные системы управления, приемы решения некорректных систем линейных уравнений, метод синтеза многоканальных регуляторов на основе матричного полиномиального разложения.

**Методы исследования.** Для решения и достижения поставленных задач используются методы теории автоматического управления, линейной алгебры, теории матриц, левое и правое полиномиальное разложение матриц, методы активной идентификации объектов, а также пакет математического моделирования – MATLAB.

**Научная новизна.** Следующие результаты диссертационного исследования характеризуют научную новизну работы:

– разработан новый алгоритм синтеза многоканальных регуляторов *полного и повышенного порядков* с использованием полиномиального матричного представления моделей объектов и регуляторов, в том числе двумерных (двухпараметрических) регуляторов, с целью обеспечения автономности отдельных каналов и астатических свойств системы; разработан новый алгоритм синтеза одноканальных регуляторов на основе полиномиального представления передаточных функций; предложена новая модификация метода синтеза одноканальных регуляторов с использованием факторизации моделей объектов, которая позволяет «сохранять» устойчивые нули (полюса) объекта в замкнутой системе;

– разработан новый формализованный алгоритм преобразования полиномиальных матричных моделей многоканальных объектов к взаимно простому виду с использованием матрицы Сильвестра, которая применяется при синтезе регуляторов как для одноканальных, так и для многоканальных систем;

– предложено новое структурное преобразование моделей многоканальных систем автоматического управления с использованием унимодальных матриц при полиномиальном разложении матричных передаточных функций, что позволяет понизить столбцовые (строчные) степени полиномиального матричного описания объекта и, соответственно, понизить степени «числителя» и «знаменателя» МПФ регулятора;

– разработан новый *алгоритм адаптивной подстройки параметров регулятора* с использованием методов активной идентификации параметров объекта, отличающийся использованием вспомогательных номограмм.

**На защиту выносятся следующие положения:**

– алгоритм синтеза многоканальных регуляторов *полного* или *повышенного порядка*, отличающийся использованием полиномиального матричного представления моделей объектов и введением дополнительных, свободных параметров, что позволяет обеспечивать дополнительные требования к качеству замкнутой САУ; алгоритм синтеза одноканальных регуляторов, отличающийся использованием полиномиального представления передаточных функций, и модификация метода синтеза одноканальных регуляторов с использованием факторизации МПФ объекта, позволяющей «сохранять» устойчивые нули (полюса) объекта в замкнутой системе;

– *алгоритм* преобразования полиномиальных матричных моделей многоканальных объектов к взаимно простому виду, отличающийся использованием матрицы Сильвестра, который позволяет аналитически синтезировать регуляторы, как для одноканальных, так и для многоканальных САУ;

– новое структурное преобразование МПФ многоканальных линейных систем автоматического управления при полиномиальном разложении с использованием унимодальных матриц, в отличие от известных структурных преобразований, что позволяет понизить столбцовые (строчные) степени полиномиального матричного описания объекта и, соответственно, понизить степени «числителя» и «знаменателя» МПФ регулятора;

– *алгоритм* адаптивной подстройки параметров регулятора с применением методов активной идентификации, состоящий в предварительном построении номограмм по результатам вспомогательных экспериментов, в отличие от известных методов идентификации, что обеспечивает работоспособность системы управления при значительных отклонениях параметров объекта управления от расчетных значений.

**Практическая значимость и реализация результатов** состоит в возможности использования разработанных моделей САУ, предложенных алгоритмов и программ для вычисления параметров многоканальных регуляторов. На основе предложенного метода и пакета MATLAB разработана и зарегистрирована программа, которая позволяет автоматизировать процесс расчета одномерных и многомерных регуляторов.

С применением результатов диссертационной работы выполнена модернизация алгоритмов стабилизации температурных режимов полок в колонне синтеза аммиака, и рассчитан многомерный регулятор, обеспечивающий требуемое качество переходных процессов, который внедрен на производстве фирмы «СИНЕТИК», г. Новосибирск. Алгоритмы расчета параметров регуляторов, управляющих взаимосвязанными технологическими процессами с периодической идентификацией параметров объектов и устройств, программа для ЭВМ и результаты численного моделирования процессов управления внедрены в компании ООО «РосИнжиниринг», г. Новосибирск. Полученные результаты также используются в учебном процессе на кафедре автоматики Новосибирского государственного технического университета и на кафедре электрических станций Таджикского технического университета имени академика М.С. Осими.

**Достоверность и обоснованность** научных результатов диссертации подтверждается корректным применением указанных выше математических методов, совпадением данных экспериментальных исследований с теоретическими результатами, публикациями в научных журналах и обсуждением на всероссийских и международных научно-технических конференциях. Достоверность научных положений и ре-

зультатов диссертации подтверждается моделированием систем в пакетах MATLAB – SIMULINK.

**Личный вклад автора.** Автор лично участвовал в построении математических моделей и разработке алгоритмов синтеза регуляторов полиномиальным методом, в исследовании синтезированных систем и внедрении результатов диссертационной работы. Постановка научных задач осуществлялась под научным руководством доктора технических наук, профессора А.А. Воеводы. Все результаты, приведенные в диссертации, получены автором лично.

**Соответствие паспорту специальности.** Данное диссертационное исследование выполнено в соответствии с паспортом специальности 05.13.01 «Системный анализ, управление и обработка информации (технические системы)», а именно соответствует следующим областям (номера соответствуют пунктам в паспорте специальности): п. 4 – Разработка методов и алгоритмов решения задач системного анализа, оптимизации, управления, принятия решений и обработки информации; п. 5 – Разработка специального математического и программного обеспечения систем анализа, оптимизации, управления, принятия решений и обработки информации; п. 7 – Методы и алгоритмы структурно-параметрического синтеза и идентификации сложных систем.

**Апробация работы.** Основные положения и результаты диссертационной работы были представлены на: XI Международном форуме по стратегическим технологиям «International Forum on Strategic Technology, IFOST-2016», Новосибирск, НГТУ, 2016 г.; XIII и XIV международных научно-технических конференциях «Actual problems of electronic instrument engineering, APEIE-2016, APEIE-2018», Новосибирск, 2016 и 2018 гг.; IV Международной конференции «International Conference on Information Technologies in Business and Industry» (Томск, 2016 г.); 18-й Международной конференции «International Conference of young specialists on micro/nanotechnologies and electron devices, EDM-2017», Новосибирск, НГТУ, 2017 г.; Международной научно-практической конференции «Независимость – основа развития энергетики страны», Бохтар, ИЭТ РТ, 2017 г.; XII Международной научно-технической конференции «Dynamics of Systems, Mechanisms and Machines (Dynamics)», Омск, 13–15 ноября 2018 г.; Всероссийских научно-практических конференциях с международным участием «Интеллектуальный анализ сигналов, данных и знаний: методы и средства», Новосибирск, НГТУ, 2017 и 2018 гг.; VI Международной научно-технической конференции молодых ученых, аспирантов и студентов «Высокие технологии в современной науке и технике», Томск, ТПУ, 2017 г.; XI Всероссийской научно-технической конференции «Актуальные вопросы строительства» (НГАСУ (Сибстрин), г. Новосибирск, 2019 г.).

**Публикации.** Основные положения и результаты диссертационной работы опубликованы в 31 работе, в том числе 7 статей в научных журналах и изданиях, рекомендуемых ВАК; 2 статьи в рецензируемых международных журналах Scopus; 5 статей в трудах международных конференций, индексируемых Web of Science и Scopus; 5 статей в сборниках трудов и материалах международных и всероссийских конференций; 11 статей в сборниках научных трудов и получено одно свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ.

**Структура и объем диссертации.** Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав основного содержания, заключения, списка использованных источников (128 наименований) и семи приложений, включающих четыре акта внедре-

ния. Общий объем диссертации составляет 168 страниц, включая 42 рисунка и 4 таблицы.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** обоснована актуальность темы диссертации, теоретическая и практическая значимость работы, цель, основные задачи и методы исследования, рассматривается научная новизна и положения, выносимые на защиту.

**Первая глава** посвящена обзору модальных методов синтеза одноканальных и многоканальных регуляторов. Рассмотрен синтез в *пространстве состояний* при доступности и недоступности для измерений вектора состояния объекта (использование наблюдателя полного и пониженного порядка). Особое внимание уделено синтезу с использованием *матричных передаточных функций* (МПФ) – матричное звено с  $n$  входами и  $n$  выходами описывается системой уравнений относительно выходных координат  $y = W(s)x$ , где  $x = [x_1, \dots, x_n]^T$ ,  $y = [y_1, \dots, y_m]^T$ , а  $W(s) = [w_{ij}(s)]_{n \times n}$  – матричная передаточная функция. При синтезе используются различные канонические формы МПФ, в частности форма Смита-Макмиллана  $M(s) = \{\text{diag}(\varepsilon_i(s)/\psi_i(s))_{i=1}^r, O_{(n-r) \times (n-r)}\}$ , где матрица  $M(s)$  диагональная,  $\varepsilon_i(s), \psi_i(s)$  – нормированные взаимно простые полиномы, такие что  $\psi_{i+1}(s) | \psi_i(s), \varepsilon_i(s) | \varepsilon_{i+1}(s)$  –  $\psi_{i+1}(s)$  делит  $\psi_i(s)$ ,  $\varepsilon_i(s)$  делит  $\varepsilon_{i+1}(s)$ ;  $r$  – ранг матрицы  $W(s)$ . Типичный прием при синтезе с использованием МПФ – аппроксимация МПФ объекта передаточными функциями специального вида, например, состоящих из апериодических звеньев, а также использование типовых регуляторов, например, многоканальных ПИД-регуляторов. Часто переходят от МПФ к *матричному полиномиальному разложению* (МПР), что и используется в данной работе, которая посвящена этому подходу. Многоканальный объект и регулятор могут быть представлены в виде полиномиальных разложений, левого или правого:

$$W_{ob}(s) = D_l^{-1}(s) \cdot N_l(s) = N_r(s) \cdot D_r^{-1}(s), \quad W_r(s) = Y_l^{-1}(s) \cdot X_l(s) = X_r(s) \cdot Y_r^{-1}(s), \quad (1)$$

где  $W_{ob}(s)$  и  $W_r(s)$  – матричные передаточные функции объекта и регулятора,  $N_l(s), N_r(s), D_l(s), D_r(s)$  – полиномиальные матрицы «числителя» и «знаменателя» МПФ объекта левого и правого полиномиального разложения,  $X_l(s), X_r(s), Y_l(s), Y_r(s)$  – полиномиальные матрицы «числителя» и «знаменателя» МПФ регулятора левого и правого полиномиального разложения. *Матричная передаточная функция замкнутой системы* (МПФЗС) имеет следующий вид:  $W_{cl}(s) = N_r(s) \cdot C^{-1}(s) \cdot X_l(s)$ . *Матричное полиномиальное уравнение* (МПУ)

$$C(s) = Y_l(s) \cdot D_r(s) + X_l(s) \cdot N_r(s) \quad (2)$$

принято называть *диофантовым* уравнением, а  $C(s)$  – *характеристической матрицей системы* (Chen С.Т., Wolowich W.A., Antsaklis P.J., Гайдук А.Р. и др.). Здесь

$$D_r(s) = \sum_{i=0}^{\mu} D_i s^i, \quad N_r(s) = \sum_{i=0}^{\mu} N_i s^i \quad \text{и}$$

$$Y_l(s) = \sum_{i=0}^m Y_i s^i, \quad X_l(s) = \sum_{i=0}^m X_i s^i, \quad C(s) = \sum_{i=0}^{\mu+m} C_i s^i, \quad (3)$$

где  $\mu$  – столбцовый индекс объекта и  $m$  – строчная степень регулятора. Для существования решения уравнения (2) необходимо выполнить условия теоремы Chen'a (с дополнением):

**Теорема 1.** Для заданных полиномиальных матриц  $D_r(s)$ ,  $N_r(s)$  решение уравнения (2) в виде матриц  $Y(s)$  и  $X(s)$  существует для любой полиномиальной матрицы  $C(s)$ , тогда и только тогда, когда  $D_r(s)$  и  $N_r(s)$  взаимно простые справа. Если  $D_r(s)$  и  $N_r(s)$  не взаимно простые (справа), тогда существует общий не унимодальной матричный множитель  $R(s)$ , который должен входить в  $C(s)$  для существования решения; для нахождения решения необходимо из матриц  $D_r(s)$ ,  $N_r(s)$  и  $C(s)$  исключить  $R(s)$ , найти решение  $Y(s)$  и  $X(s)$ . Если не включать общий множитель в  $C(s)$ , то решение не существует.

Но теорема не гарантирует правильность регулятора. Задача синтеза сводится к решению уравнения (2), которое обычно преобразуют к числовому матричному уравнению

$$\mathfrak{Z}\mathfrak{R} = \mathfrak{N}, \quad (4)$$

где  $\mathfrak{Z} = [Y_0 \ X_0 \ Y_1 \ X_1 \ \dots \ Y_m \ X_m]$  – искомые матрицы регулятора,  $\mathfrak{N} = [C_0 \ C_1 \ \dots \ C_{\mu+m}]$  – матрица, составленная из коэффициентов характеристической полиномиальной матрицы  $C(s)$  (3),  $\mathfrak{R}$  – результатная матрица Сильвестра. В предположении, что матрица  $\mathfrak{R}$  – квадратная и невырожденная, вектор неизвестных коэффициентов  $\mathfrak{Z}$  может быть найдена из выражения  $\mathfrak{Z} = \mathfrak{R}^{-1}\mathfrak{N}$ . Приведем теорему Chen'а о *существовании правильного многоканального регулятора*:

**Теорема 2.** Пусть в системе «регулятор – объект – обратная связь» объект описывается строго правильной рациональной матрицей  $W_{ob}(s) = N_r(s) \cdot D_r^{-1}(s)$  размером  $p \times p$ , где  $D_r(s)$  и  $N_r(s)$  правое взаимно простое разложение и  $D_r(s)$  столбцово приведенная матрица со столбцовыми степенями  $\mu_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, p$ . Пусть  $\nu$  – строчный индекс  $W_{ob}(s)$  и пусть  $m_i \geq \nu - 1$ , ( $m_i$  – строчные степени регулятора)  $i = 1, 2, \dots, p$ . Тогда для любой полиномиальной матрицы  $C(s)$  размером  $p \times p$  такой, что  $\lim_{s \rightarrow \infty} H_r^{-1}(s) \cdot C(s) \cdot H_c^{-1}(s) = C_h$  числовая матрица  $C_h$  невырожденная, *существует правильный регулятор*  $Y_l^{-1}(s)X_l(s)$  размером  $p \times p$ , где  $X_l(s)$  и  $Y_l(s)$  полиномиальные матрицы,  $Y_l(s)$  строчно приведенная матрица со строчными степенями  $m_i$  такая, что матричная передаточная функция замкнутой системы равна  $W_{cl}(s) = N_r(s) \cdot C^{-1}(s) \cdot X_l(s)$ .

Здесь  $H_r(s)$  – матричный коэффициент при старших строчных степенях и  $H_c(s)$  – матричный коэффициент при старших столбцовых степенях.

В случае, когда  $\mathfrak{R}$  (матрица коэффициентов) неквадратная и (или) неполного ранга, поиск решения *усложняется*. Более того, в случае, если матрица неизвестных коэффициентов  $\mathfrak{Z}$  содержит наперёд заданные значения (например, в случае задания некоторых коэффициентов регулятора), то поиск решения также усложняется. Приведен подробный анализ известных результатов по полиномиальному синтезу многоканальных регуляторов пониженного и полного порядка, а также указано, что опираясь на теорему Т.С. Chen'а о существовании правильного регулятора, имеется возможность разработать алгоритм синтеза регуляторов повышенного порядка. Поставлена задача модификации известного алгоритма синтеза регуляторов полного порядка.



На примерах синтеза САУ для одномассовых, двухмассовых и так далее, систем показаны проблемы, которые возникают при переходе от (2) к (4) и решению (4). В данной главе ставится задача диссертационного исследования, суть которой состоит в разработке формализованного алгоритма синтеза регуляторов на основе решения матричного полиномиального уравнения, и разработке алгоритма адаптивной системы подстройки параметров регулятора с использованием метода активной идентификации параметров объекта.

**Во второй главе** анализируются полиномиальные методы синтеза одноканальных регуляторов для системы с единичной обратной связью  $v(s) \rightarrow e(s) = v(s) - \tilde{y}(s) \rightarrow w_r(s) \rightarrow w_{ob}(s) \rightarrow \tilde{y}(s)$ , включающей объект управления

$$w_{ob}(s) = n(s) / d(s) = (n_n s^n + n_{n-1} s^{n-1} + \dots + n_0) / (d_n s^n + d_{n-1} s^{n-1} + \dots + d_0),$$

и регулятор

$$w_r(s) = x(s) / y(s) = (x_m s^m + x_{m-1} s^{m-1} + \dots + x_0) / (y_m s^m + y_{m-1} s^{m-1} + \dots + y_0),$$

где  $\deg n(s) \leq \deg d(s)$ , что соответствует правильному объекту. Порядок регулятора  $m$  выбирается по формуле  $m \geq n - 1$ , где  $n$  – порядок объекта. Как известно (теорема 1), одно из условий существования решения при синтезе регуляторов – взаимное простое полиномиальное представление передаточной функции как в одноканальных, так и в многоканальных системах. Поэтому вначале рассматривается задача поиска взаимно простого разложения для скалярных (одноканальных) передаточных функций с использованием матрицы Сильвестра и предлагается *алгоритм* (на основе теоремы Chen'а о взаимной простоте) перехода к взаимно простому виду скалярных передаточных функций, что далее используется для аналогичного алгоритма для многоканальных систем. Затем составляется полиномиальное уравнение  $y(s) \cdot d(s) + x(s) \cdot n(s) = c(s)$  и переходим к числовым матрицам  $\mathfrak{Y}\mathfrak{R} = \mathfrak{N}$  (4). Если выбрать регулятор *повышенного порядка*, т. е.  $m \geq n$ , то матрица  $\mathfrak{R}$  становится неквадратной и задача синтеза усложняется. В таком случае при решении появляются «свободные» параметры регулятора<sup>1</sup>, позволяющие, например, корректировать нули системы, обеспечить астатические свойства системы и т.д. Отметим, что чем выше степень регулятора, тем больше свободных параметров. Таким образом, на основе теоремы Chen'аС.Т. и других работ предложен подробный

**Алгоритм синтеза одноканальных регуляторов полного и повышенного порядков полиномиальным методом**, состоящий из следующих шагов.

*Шаг 1.* Выписать передаточную функцию объекта в виде отношение полиномов  $w_{ob}(s) = n(s) / d(s)$ , где  $\deg n(s) \leq \deg d(s) = n$ . *Шаг 2.* Задать порядок регулятора  $m \geq n - 1$  и сформировать передаточную функцию регулятора  $w_r(s) = x(s) / y(s)$ . *Шаг 3.* Выписать уравнение передаточной функции замкнутой системы  $w_{cl}(s) = x(s) \cdot n(s) / (y(s) \cdot d(s) + x(s) \cdot n(s))$ , где знаменатель – ХПЗС; приравниваем его желаемому характеристическому полиному  $c(s)$ , в результате чего получаем полиномиальное уравнение  $y(s) \cdot d(s) + x(s) \cdot n(s) = c(s)$  степени  $m + n$  с неизвестными  $x(s)$  и  $y(s)$ . *Шаг 4.* Перейти от полиномиального уравнения к уравнению  $\mathfrak{Y}\mathfrak{R} = \mathfrak{N}$ . *Шаг 5.* Если  $m = n - 1$ , то матрица Сильвестра будет размером  $2n \times 2n$ , квадратная и невырожденная, и если она невырожденная, то перейти на шаг 6; если вырожденная, то перейти на шаг 8. Если  $m \geq n$ , размер матрицы  $\mathfrak{R}$  равен  $2(m + 1) \times (m + n + 1)$ , где

<sup>1</sup>Бобобеков К.М., Воевода А. А. Полиномиальный метод синтеза ПИ(Д)–регулятора для неминимально фазового объекта // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2015.–№ 4(82). – С. 7–20.

$(2m+2) > (m+n+1)$ , т. е. число строк больше, чем число столбцов. Ранг матрицы  $\mathfrak{R}$  будет равен  $m+n+1$  – перейти на шаг 8. Шаг 6. Решение уравнения  $\mathfrak{T}\mathfrak{R} = \mathfrak{N}$ :  $\mathfrak{T} = \mathfrak{N}\mathfrak{R}^{-1}$ . Шаг 7. Формирование передаточной функции регулятора, проверка (вычисление ХПЗС). **Конец.** Шаг 8. Вычисление  $rank \mathfrak{R}$  и при необходимости, вычисление детерминанта  $\det \mathfrak{R}$  и число обусловленности  $cond \mathfrak{R}$ . Примечание: при верных расчетах  $rank(\mathfrak{R}) + q = 2n + 2$ . Если  $q = 1$ , переход на шаг 9а. Если  $q = 2$ , переход на шаг 9б. Случаи  $q = 3, 4, \dots$  здесь не рассматриваются, но процедура аналогична шагам 9а и 9б; в этом случае задача несколько усложняется – количество свободных параметров увеличивается. Шаг 9а. Поиск линейно независимых строк матрицы  $\mathfrak{R}$ , т. е. тех строк, при вычеркивании которых ранг понижается – их «убирать» из матрицы  $\mathfrak{R}$  нельзя; поиск линейно зависимых строк матрицы  $\mathfrak{R}$ , т. е. таких строк, при вычеркивании которых (вычеркиваем по одной строке и будем называть их разрешенными) ранг не понижается, можно осуществить, например, при помощи оператора из пакета MATLAB  $[q, r] = qr(\mathfrak{R}')$ , где  $r$  – верхнетреугольная матрица, нули на диагонали которой указывают на линейно зависимые столбцы матрицы  $\mathfrak{R}'$  в направлении слева направо. Их количество обозначим через  $\tilde{r}$ . После переноса разрешенных строк направо получаем систему уравнений  $\mathfrak{T}_1 \mathfrak{R}_1 = \mathfrak{N}_1$ , где матрица  $\mathfrak{R}_1$  квадратная и невырожденная. Вектор-строка  $\mathfrak{N}_1 = \mathfrak{N} - j_k r_k$  содержит свободные параметры. Далее перейти на шаг 10. Шаг 9б. Если количество строк больше количества столбцов на 2, то количество вариантов возрастает (но не более чем на  $\tilde{r}(\tilde{r}-1)/2$ ). Получаем различные варианты переноса строк направо (количество строк, переносимых направо, равно количеству свободных параметров). Шаг 10. Решаем уравнение  $\mathfrak{T}_1 \mathfrak{R}_1 = \mathfrak{N}_1$ :  $\mathfrak{T}_1 = \mathfrak{N}_1 \mathfrak{R}_1^{-1}$ . Шаг 11. По известному  $\mathfrak{T}_1$  восстанавливаем  $\mathfrak{T}$ : ( $\mathfrak{T}$  формируется из  $\mathfrak{T}_1$  добавлением «выброшенных» элементов  $j_k$  в места, соответствующие линейно зависимым строкам матрицы  $\mathfrak{R}$ ). Шаг 12. Выписываем передаточную функцию регулятора с параметрами. Шаг 13. Используем свободные параметры для достижения дополнительных требований к САУ, например, для обеспечения астатизма и (или) заданного расположения нулей системы. **Конец алгоритма.**

Работоспособность алгоритма покажем на примере объекта  $w_{ob}(s) = n(s)/d(s) = (s-2)/(s^2-1)$ : если выбрать порядок регулятора  $m=1$  (регулятор полного порядка), то несложно определить его параметры, а если выбрать повышенного порядка  $m=n=2$ , то  $w_r(s) = (x_2 s^2 + x_1 s + x_0)/(y_2 s^2 + y_1 s + y_0)$ . Пусть заданы полюса системы  $\{-2; kp.-2; -1 \pm i\}$ , то  $c(s) = (s+2)^2(s+1+i)(s+1-i) = s^4 + 6s^3 + 14s^2 + 16s + 8$ . Составим диофантово уравнение и перейдем к системе  $\mathfrak{T}\mathfrak{R} = \mathfrak{N}$ , где  $\mathfrak{T} = (y_0 \ x_0 \mid y_1 \ x_1 \mid y_2 \ x_2)$ ,  $\mathfrak{N} = (1 \ 6 \ 14 \ 16 \ 8)$  и  $\mathfrak{R}$  – матрица Сильвестра размером  $6 \times 5$ , включающая три блочные  $dn$ -строки и  $n+m+1=5$  столбцов, ранга пяти при число обусловленности  $cond(\mathfrak{R}) = 6$ . Решение этого уравнения неоднозначно. При вычеркивании одной из строк  $\{1, 2, 3, 6\}$  ранг не меняется – возможны четыре варианта решения. Например, перенесем шестую строку из матрицы  $\mathfrak{R}$ , умноженную на  $x_2$ , направо. После переноса получим  $(y_0 \ x_0 \ y_1 \ x_1 \ y_2) \mathfrak{R}_1 = (c_0 \ c_1 \ c_2 - n_0 x_2 \ c_3 - n_1 x_2 \ c_4 - n_2 x_2)$ . Откуда найдем  $\mathfrak{T}_1$  и восстановим  $\mathfrak{T}$ :  $\mathfrak{T} = (37, 3 + 2x_2 \ -22, 7 - x_2 \ 6 - x_2 \ -22, 3 \ 1 \ x_2)$ . Выпишем передаточные функции регулятора и замкнутой системы:

$$w_r(s) = \frac{x_2 s^2 - 22,333s - (22,667 + x_2)}{s^2 + (6 - x_2)s + (37,333 + 2x_2)}, \quad w_{cl}(s) = \frac{(s - 2)(x_2 s^2 - 22,3s - (22,7 + x_2))}{s^4 + 6s^3 + 14s^2 + 16s + 8}.$$

Как следует из  $w_{cl}(s)$  нули системы зависят от свободного параметра – построим корневые годографы в зависимости от  $x_2$  (рисунок 1). При  $x_2 = -9,2$  нули замкнутой системы  $\{2 \ -1,25 \ -1,17\}$  наиболее удалены влево, что соответствует перерегулированию 25 % и времени переходного процесса 4с. Если выбрать  $x_2 = -18,7$ , то система становится астатической.

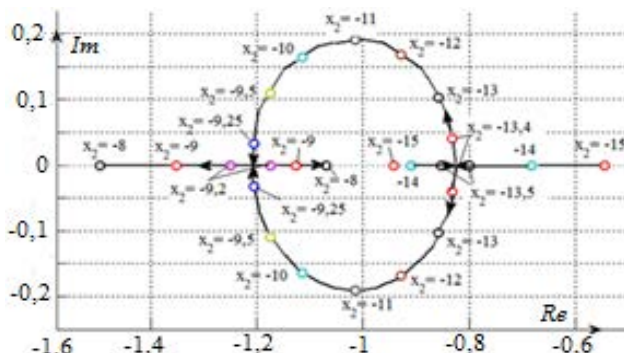


Рисунок 1 – Корневые годографы

Также разработан *модифицированный метод синтеза одноканальных регуляторов с использованием факторизации объекта*. Далее, во второй главе рассматривается и решается задача ограничения на задание полюсов системы.

В заключение данной главы приведены основные результаты, полученные в ходе исследования – это алгоритм синтеза одноканальных регуляторов полного и повышенного порядков полиномиальным методом, который является основой для разработки алгоритма синтеза многоканальных регуляторов полиномиальным методом.

В третьей главе излагаются исследования в области полиномиального синтеза многоканальных регуляторов на основе использования матрицы Сильвестра, начатые Chen'ом, Kailath'ем, Гайдуком А.Р. и другими. Трудность решения данной задачи заключается в том, что полиномиальные матрицы числителя  $N_r(s)$  и знаменателя  $D_r(s)$  передаточной функции объекта могут быть не взаимно простые (имеют общий множитель  $R(s)$ ), строчный индекс регулятора  $m$  может быть больше строчного индекса объекта  $m \geq v$  или может быть задана частично структура регулятора.

Сделаем предположение, что матричная передаточная функция объекта (1) представлена в виде левого, возможно не взаимно простого разложения  $W_{ob}(s) = D^{-1}(s) \cdot N(s)$ , где  $\deg N(s) \leq \deg D(s)$ ,  $\dim D_i = \dim N_j = p \times p$ , здесь  $p$  – число входов и выходов. Отметим, что  $n \geq 1$ , где  $n = \deg D(s)$ . Матрица Сильвестра состоит из  $N$ -блочных и  $D$ -блочных столбцов:

$$\begin{array}{ccccccc} D & N & D & N & \vdots & D & N \\ \left[ \begin{array}{c|c|c|c|c|c|c} D_0 & N_0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 \\ D_1 & N_1 & D_0 & N_0 & \vdots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & D_1 & N_1 & \vdots & D_0 & N_0 \\ D_n & N_n & \dots & \dots & \vdots & D_1 & N_1 \\ 0 & 0 & D_n & N_n & \vdots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \vdots & D_n & N_n \end{array} \right], \end{array}$$

где  $N$ -блочный столбец состоит из матричного столбца  $(N_0^t, N_1^t, \dots, N_n^t)^t \triangleq (n_1 \ n_2 \ \dots \ n_p)$ , дополненного блоками  $O_{p \times p}$ , и, аналогично,  $D$ -блочный столбец со-

стоит из  $(D'_0, D'_1, \dots, D'_n)' \triangleq (d_1 \ d_2 \ \dots \ d_p)$ , дополненного блоками  $O_{p \times p}$ . Два рядом стоящих блочных столбца  $D$  и  $N$  будем называть  $DN$ -блочным столбцом. При поиске правого взаимно простого разложения  $W_{ob}(s) = \bar{N}(s) \cdot \bar{D}^{-1}(s)$  учтем, что справедливо равенство  $W_{ob}(s) = D^{-1}(s) \cdot N(s) = \bar{N}(s) \cdot \bar{D}^{-1}(s)$ . Очевидно, что

$$D(s) \cdot (-\bar{N}(s)) + N(s) \cdot \bar{D}(s) = 0, \quad (5)$$

где  $D(s) = \sum_{i=0}^n D_i s^i$ ,  $N(s) = \sum_{i=0}^n N_i s^i$ ,  $\bar{D}(s) = \sum_{i=0}^{n-1} \bar{D}_i s^i$ ,  $\bar{N}(s) = \sum_{i=0}^{n-1} \bar{N}_i s^i$ . Матрицы с полиномиальными элементами, входящие в (5), можно записать в виде полиномов с матричными коэффициентами, у которых элементы – вещественные числа. Здесь  $D_i, N_i, \bar{D}_i$  и  $\bar{N}_i$  – числовые матрицы размером  $p \times p$ . Матрицы  $D_i$  и  $N_i$  – известны,  $\bar{D}_i$  и  $\bar{N}_i$  – необходимо определить. Подставляя  $D_i, N_i, \bar{D}_i$  и  $\bar{N}_i$  в (5), выписываем систему линейных уравнений  $Sx = 0$ , где  $S$  – матрица *Сильвестра* размером  $2n \times 2n$  блоков,  $x$  – блочный столбец из матричных коэффициентов полиномов  $\bar{N}(s)$  и  $\bar{D}(s)$  размером  $2n \times 1$  блоков.

Рассмотрим некоторые общие свойства матрицы  $S$  в предположении, что необходимо найти линейно независимые столбцы  $S$  слева направо. Для этого матрицу  $S$  приводим к верхнетреугольному виду  $r$ . Это приводит нас к тому, что каждый  $d_i$ -столбец в каждом  $D$ -блочном столбце линейно независим от  $d_i$ -столбцов слева (из-за смещения вниз). Ситуация для  $n_i$ -столбцов, однако, отличная: если  $n_i$ -столбец в некотором  $N$ -блочном столбце линейно зависит от столбцов, входящих в  $N$ -блочные столбцы слева, тогда все последующие  $n_i$ -столбцы, ввиду повторяемости структуры  $S$ , будут линейно зависимыми от столбцов слева. Если диагональные элементы матрицы  $r$  ненулевые, то исходные полиномиальные матрицы взаимно простые, а если присутствуют нули на диагонали – ищем правое взаимно простое полиномиальное разложение. *Столбцовые индексы*  $\mu_i, i = 1, 2, \dots, p$  объекта  $W_{ob}(s)$ , это число линейно независимых  $n_i$ -столбцов в  $S$ . Первый  $n_i$ -столбец, линейно зависимый от столбцов слева, называют *первым зависимым*  $n_i$ -столбцом. Ясно, что  $(\mu_i + 1)$ -ый  $n_i$ -столбец это первый зависимый  $n_i$ -столбец. Таким образом, формируем матрицу  $S_i, i = 1, 2, \dots, p$ , которая включает в себя все (линейно независимые) столбцы слева и первый линейно зависимый  $(\mu_i + 1)$  столбец, и вычисляется нормированный вектор  $x_i$  из ядра. Из таких нормированных векторов мы можем получить правое взаимно простое разложение. Из векторов  $x_i$  формируем матрицы  $\bar{N}(s)$  и  $\bar{D}(s)$ , где  $\bar{D}(s)$  имеет наименьшую возможную столбцовую степень. При этом  $\bar{D}(s)$  столбцово приведенная и такая, что  $\bar{N}(s)$  и  $\bar{D}(s)$  взаимно простые.

**Алгоритм перехода к взаимно простому разложению**, состоящему из 9-ти шагов, приведен в разделе 3.1.

Перейдем к решению задачи синтеза многоканальных регуляторов в САУ:

$$v(s) \rightarrow e(s) = v(s) - \tilde{y}(s) \rightarrow X_i(s) \rightarrow Y_i^{-1}(s) \rightarrow D_r^{-1}(s) \rightarrow N_r(s) \rightarrow \tilde{y}(s),$$

где  $W_{ob}(s) = N_r(s) \cdot D_r^{-1}(s)$  строго правильный объект, имеющий  $p$  входов и  $p$  выходов, описываемый  $p \times p$  рациональной матрицей, и регулятор с МПФ  $W_r(s)$  таких же размеров. Требуется рассчитать такой регулятор, чтобы он описывался правильной рациональной матричной передаточной функцией размером  $p \times p$ . Матричная переда-

точная функция замкнутой системы записывается так  $W_{cl}(s) = N_r(s) \cdot C^{-1}(s) \cdot X_l(s)$ , где  $C(s)$  – характеристическая матрица системы (2). Для того, чтобы передаточная функция  $W(s) = N_r(s)D_r^{-1}(s)$  была правильной (строго) правильной, достаточно выполнения условий  $\deg_{ci} N_r(s) \leq \deg_{ci} D_r(s)$ ,  $\deg_{ci} N_r(s) < \deg_{ci} D_r(s)$ , для  $i = 1, 2, \dots, p$ , в предположении, что  $D_r(s)$  столбцово–приведенная. Здесь  $\deg_{ci}(\cdot)$  – степень  $i$ -го столбца соответствующей матрицы. Аналогично, для выполнения требования правильности (строгой правильности)  $W(s) = D_l^{-1}(s) \cdot N_l(s)$ , достаточно выполнения условий  $\deg_{ri} N_l(s) \leq \deg_{ri} D_l(s)$ ,  $\deg_{ri} N_l(s) < \deg_{ri} D_l(s)$ , для  $i = 1, 2, \dots, p$ ,  $\deg_{ri}$  – степень  $i$ -ой строки, в предположении, что  $D_l(s)$  строчно-приведенная.

Для существования решения уравнения (2) достаточно выполнения условий теоремы 1, однако *нет гарантии, что регулятор будет правильный* – а это необходимое требование реализуемости многоканального регулятора. Пусть  $W_{ob}(s) = N_r(s) \cdot D_r^{-1}(s)$ , где  $D_r(s)$  и  $N_r(s)$  взаимно простые справа и  $D_r(s)$  – столбцово-приведенная. Обозначим через  $\mu_i$  степень  $i$ -го столбца матрицы  $D_r(s)$ . Тогда  $\deg W_{ob}(s) = \deg \det D_r(s) = \mu_1 + \mu_2 + \dots + \mu_p =: n$ . Кроме того, матрица  $D_\mu \neq 0$ , где  $\mu = \max_i \mu_i$ . Отметим, что  $D_\mu$  является сингулярной, кроме случая  $\mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_p$ . Отметим также, что  $N_\mu = 0$ , что следует из предположения строгой правильности  $W_{ob}(s)$ . Предполагаем, что для  $Y_l(s)$ ,  $X_l(s)$  и  $C(s)$ , приведенных в (3), выполняется условие  $m \geq \mu - 1$ , где  $m$  – степень регулятора. Подставляя (3) в (2) и приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях  $s$ , получим систему уравнений (4), в которой матрицу  $\mathfrak{R}$  заменим на  $\mathfrak{R}_m - \mathfrak{Z}\mathfrak{R}_m = \mathfrak{N}$ , где матрица  $\mathfrak{R}_m$  имеет  $m+1$  -блочных строк, причем каждая блочная строка  $D$  и  $N$  состоят из  $p$  строк:  $(d_1^t, \dots, d_p^t)^t$ ,  $(n_1^t, \dots, n_p^t)^t$ , дополненных справа и слева нулями. Откуда матрица  $\mathfrak{R}_m$  имеет  $(m+1)(p+p) = 2p(m+1)$  строк. Будем искать линейно независимые строки матрицы Сильвестра  $\mathfrak{R}_m$  сверху вниз (так как матрица Сильвестра транспонированная). Пусть  $v_i$  будет число линейно независимых  $N$ -строк и пусть  $v := \max\{v_1, v_2, \dots, v_p\}$ . Тогда все  $p$  «штук»  $N$ -строк в последней  $N$ -блочной строке матрицы  $\mathfrak{R}_m$  линейно зависимы от их предыдущих строк. Таким образом, матрица  $\mathfrak{R}_m$  включает все линейно независимые  $N$ -строки и их общее число равно степени  $W_{ob}(s)$ , т.е.  $v_1 + v_2 + \dots + v_p = n$ . Таким образом, число нулевых столбцов в матрице  $\mathfrak{R}_m$  вычисляется по формуле  $\alpha := \sum_{i=1}^p (\mu - \mu_i) = p\mu - (\mu_1 + \mu_2 + \dots + \mu_p) = p\mu - n$ . Нулевые столбцы в  $\mathfrak{R}_m$  появляются при  $m = 2, 3, \dots$ . Так как число столбцов в  $\mathfrak{R}_m$  равно  $p(\mu + m + 1)$ , то число столбцов в  $\tilde{\mathfrak{R}}_{v-1}$  равно  $\beta = p(\mu + 1 + v - 1) - (p\mu - n) = pv + n$ . Матрица  $\tilde{\mathfrak{R}}_{v-1}$  получена из матрицы  $\mathfrak{R}_{v-1}$  удалением нулевых столбцов. Очевидно, что ранг  $\tilde{\mathfrak{R}}_{v-1}$  равен рангу  $\mathfrak{R}_m$  или равен  $pv + n$ . Матрица  $\tilde{\mathfrak{R}}_{v-1}$  имеет полный столбцовый ранг. Ниже, на основе работ Chen'а С.Т., Шобы Е.В. и Вороного В.В., приведен, разработанный диссертантом детализированный

**Алгоритм синтеза многоканальных регуляторов полного и повышенного порядков**, состоящий из следующих шагов: *Шаг 1.* Выписать в виде дифференциальных уравнений математическое описание объекта и перейти к изображениям (при

нулевых начальных условиях), или, если дана матричная передаточная функция объекта, то перейти на следующий шаг. *Шаг 2.* Выписать матричную передаточную функцию объекта в виде левого матричного полиномиального разложения и найти строчные индексы  $v_1, v_2, \dots, v_p$  и строчный индекс  $v = \max(v_1, v_2, \dots, v_p)$ . По левому разложению вычислить правое взаимно простое полиномиальное разложение и найти столбцовые индексы  $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_p$ , а также столбцовый индекс  $\mu = \max(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_p)$ .

*Шаг 3.* Проверить столбцовую приведенность, т. е. проверить равенство  $\mu_1 + \mu_2 + \dots + \mu_p = \deg \det D_r(s) \triangleq n$ . Если матрица не столбцово-приведенная, ее легко преобразовать к столбцово-приведенной (умножением на унимодальную матрицу справа).

*Шаг 4.* Выписать матрицы правого полиномиального представления МПФ объекта в виде  $D_r(s) = \sum_{i=0}^n D_r^i s^i$ ,  $N_r(s) = \sum_{i=0}^{n-1} N_r^i s^i$ .

*Шаг 5.* Выбрать строчные (столбцовые) степени регулятора  $m_i \geq v - 1$ : можно выбрать равные  $m_i$  (или не равные  $m_i$ ) и выписать полиномиальные матрицы «числителя» и «знаменателя» регулятора  $X_l(s) = X_0 + X_1 s + \dots + X_m s^m$  и  $Y_l(s) = Y_0 + Y_1 s + \dots + Y_m s^m$ , где  $m = \max(m_1, m_2, \dots, m_p)$ .

*Шаг 6.* Определить степень и структуру характеристической полиномиальной матрицы системы  $C(s) = C_0 + C_1 s + \dots + C_f s^f$ , где  $f \triangleq \max_i(f_i)$ ,  $f_i = m_i + \mu_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, p$ .

*Шаг 7.* При необходимости сделать проверку на вырожденность коэффициентной матрицы  $C_h$  по формуле  $\lim_{s \rightarrow \infty} H_r^{-1}(s) \cdot C(s) \cdot H_c^{-1}(s) = C_h$ . При правильном выборе  $m_i$  и  $f_i$ , где  $i = 1, 2, \dots, p$ ,  $C_h$  – будет невырожденной.

*Шаг 8.* Перейти от полиномиальных матриц к числовым матрицам и составить систему линейных уравнений  $\mathfrak{R}_m = \bar{C}$ ; сформировать матрицу Сильвестра  $\mathfrak{R}_m$  размером  $m + 1$ -блочных строк и  $\mu + 1$ -блочных столбцов.

*Шаг 9.* Если нет нулевых столбцов и линейно зависимых строк – перейти на шаг 10. Если существуют – перейти на шаг 12.

*Шаг 10.* Решить уравнение  $\mathfrak{R}_m = \bar{C}$ :  $\mathfrak{Z} = \bar{C} \mathfrak{R}_m^{-1}$ .

*Шаг 11.* Сформировать полиномиальные матрицы  $X_l(s)$  и  $Y_l(s)$ ; проверить корректность вычислений: по известным  $N_r(s)$ ,  $D_r(s)$ ,  $X_l(s)$  и  $Y_l(s)$  вычислить характеристическую полиномиальную матрицу  $C(s)$  и сравнить её со сформированной на шаге 6.

**Конец.**

*Шаг 12.* Определить линейно независимые  $N$ -строки матрицы  $\mathfrak{R}_m$  в направлении сверху вниз; если она транспонирована, то в направлении слева-направо; в случае квадратной матрицы можно использовать команду  $[q, r] = qr(\mathfrak{R}_m^t)$  (количество  $\gamma$  линейно зависимых  $N$ -строк можно вычислить по формуле  $\gamma = pv - n$ ). Либо по очереди удалять строки (столбцы) и проверять ранг матрицы после каждого удаления; если ранг не понижается, то эта строка (столбец) линейно зависимые.

*Шаг 13.* При использовании команды  $QR$  - разложения проверить совпадение значений строчных индексов  $v_i$ , вычисленных в 2-ом и 12-ом шагах. В противном случае этот шаг пропускается.

*Шаг 14.* Удалить нулевые столбцы из матрицы  $\mathfrak{R}_m$  и  $\bar{C}$  (их количества  $\alpha$  определить по формуле  $\alpha = p\mu - n$ ). Сформировать матрицы  $\tilde{\mathfrak{R}}_m$  и  $\bar{C}_1$ .

*Шаг 15.* Составить систему линейных уравнений  $\mathfrak{Z} \tilde{\mathfrak{R}}_m = \bar{C}_1$ .

*Шаг 16.* Перенести направо произведение линейно зависимых строк (определенных на 12-ом шаге) на соответствующие столбцы из матрицы  $\mathfrak{Z}$  и составить систему линейных уравнений  $\mathfrak{Z}_1 \hat{\mathfrak{R}}_m = \bar{C}_2$ . Здесь  $\bar{C}_2 = \bar{C}_1 - (j_1 r_1 + \dots + j_k r_k)$ , где  $j_1 r_1$  – произведение первого столбца матрицы  $\mathfrak{Z}$  и пер-

вой строки матрицы  $\tilde{\mathfrak{R}}_m, \dots, j_k r_k$  – произведение  $k$ -ого столбца матрицы  $\mathfrak{Z}$  и  $k$ -й строки матрицы  $\tilde{\mathfrak{R}}_m, (r_1, \dots, r_k$  – линейно зависимые строки). *Шаг 17.* Решить уравнение  $\mathfrak{Z}_1 \hat{\mathfrak{R}}_m = \bar{C}_2$ , что не сложно сделать по формуле  $\mathfrak{Z}_1 = \bar{C}_2 \hat{\mathfrak{R}}_m^{-1}$  ввиду невырожденности  $\hat{\mathfrak{R}}_m$ . *Шаг 18.* Вернуться от  $\mathfrak{Z}_1$  к  $\mathfrak{Z}$ , от  $\hat{\mathfrak{R}}_m$  к  $\mathfrak{R}_m$  и от  $\bar{C}_2$  к  $\bar{C}$ . *Шаг 19.* Выписать полиномиальные матрицы  $X_l(s)$  и  $Y_l(s)$ ; проверить корректность вычислений – по известным  $N_r(s), D_r(s), X_l(s)$  и  $Y_l(s)$  вычислить  $Y_l(s) \cdot D_r(s) + X_l(s) \cdot N_r(s)$ , что должно совпасть с желаемой характеристической полиномиальной матрицей  $C(s)$ , определенной на шаге 6. **Конец алгоритма.**

На основе предложенного алгоритма разработана и зарегистрирована программа синтеза многоканальных регуляторов<sup>2</sup>, реализованная в пакете *MATLAB*.

Работоспособность алгоритма синтеза регуляторов проиллюстрируем на примере расчета параметров регулятора для объекта с двумя входами ( $u_1, u_2$ ) и двумя выходами ( $y_1, y_2$ ), состоящую из трех масс  $\bar{m}_1 = \bar{m}_2 = \bar{m}_3 = 1$  с координатами  $y_i$ , где  $i = \overline{1, 3}$ , последовательно соединенных пружинами с жесткостью  $k_1 = k_2 = 2$  и  $k_3 = 4$ , и с коэффициентами демпфирования  $d_1 = d_2 = d_3 = 0$ . Трехмассовый объект описывается уравнениями

$$\begin{aligned} \bar{m}_1 s^2 y_1 + d_1 s y_1 + (k_1 + k_2) y_1 - k_2 y_2 &= u_1, & -k_3 y_2 + \bar{m}_3 s^2 y_3 + d_3 s y_3 + k_3 y_3 &= 0, \\ -k_2 y_1 + \bar{m}_2 s^2 y_2 + d_2 s y_2 + (k_2 + k_3) y_2 - k_3 y_3 &= u_2, \end{aligned}$$

где  $u_1, u_2$  – силы, приложенные к первой и второй массам, соответствующими, фактически, левому разложению, от которого переходим к правому разложению

$$D_r(s) = [d_r^{ij}(s)]_{2 \times 2}, \quad N_r(s) = [n_r^{ij}(s)]_{2 \times 2},$$

где  $d_r^{11}(s) = 16(s^2 + 4), \quad d_r^{12}(s) = -2(s^2 + 4), \quad d_r^{21}(s) = -32, \quad d_r^{22}(s) = s^4 + 10s^2 + 8,$   
 $n_r^{11}(s) = 16, \quad n_r^{12}(s) = 0, \quad n_r^{21}(s) = 0, \quad n_r^{22}(s) = s^2 + 4.$  Так как столбцовые степени (столбцовые индексы) объекта  $D_r(s)$  равны  $\mu_1 = 2, \mu_2 = 4$ , выбираем  $\mu = 4$ . Строчные степени (строчные индексы)  $\nu_i$  определяются по левому разложению –  $\nu_1 = 2, \nu_2 = 4$ , откуда  $\nu = 4$ . Выбираем строчные степени регулятора  $m = m_1 = m_2 = \nu - 1 = 3$ :  $X_l(s) = X_0 + X_1 s + X_2 s^2 + X_3 s^3, \quad Y_l(s) = Y_0 + Y_1 s + Y_2 s^2 + Y_3 s^3.$  Структуру матрицы  $C(s)$  зададим диагональной со столбцовыми степенями  $f_1 = m_1 + \mu_1 = 5$  и  $f_2 = m_2 + \mu_2 = 7$ : пусть  $C(s) = \text{diag}\{(s+1)^5, (s+1)^7\}$ , откуда находим  $C_i$ , где  $C(s) = \sum_{i=0}^7 C_i s^i$ . От дифантового уравнения (2) переходим к решению системы линейных уравнений (4), в результате чего получим полиномиальные матрицы регулятора, содержащие свободные параметры, задание которых позволяет получить дополнительные свойства САУ, например, автономизацию, астатизм и так далее. Например, если зададим свободные параметры равными  $y_{11}^0 = y_{21}^0 = 0, \quad x_{11}^1 = -1,188$  и  $x_{21}^1 = -9,376$ , то получим регулятор с диагональным «знаменателем»

<sup>2</sup>Воевода А.А., Бобобеков К. М. Символьные вычисления // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2017. – № 1(87). – С. 23–37.

$$X_i(s) = \begin{bmatrix} -0,625s^2 - 1,188s + 0,0625 & 0,125s^3 + 0,625s^2 + 0,75s \\ 2s^3 + 14s^2 - 9,376s + 52,38 & 15,69s^3 - 61,19s^2 + 11,126s - 52,12 \end{bmatrix},$$

$$Y_i(s) = \text{diag}\{0,0625s^3 + 0,3125s^2 + 0,375s, s^3 + 7s^2 - 4,688s + 26,19\},$$

обеспечивающим заданные полюса системы. Матрица Сильвестра  $\mathfrak{R}$  вырожденная, вследствие чего появились свободные параметры регулятора: столбцовые степени  $D_r(s)$  равны два и четыре, следовательно, появляются нулевые столбцы в матрице  $\mathfrak{R}$   $\alpha = p\mu - n = 2 \cdot 4 - 6 = 2$ .

Для выравнивания столбцовых (строчных) степеней объекта предлагается использовать новое структурное преобразование с целью понижения столбцовых(строчных) степеней объекта и, соответственно, понижения степени «числителя» и «знаменателя» МПФ регулятора. Новое структурное преобразование МПФ многоканальных линейных систем сводится к введению унимодальных матриц в структурную схему – вводятся две унимодальные матрицы, взаимно обратные друг другу. Например, для объекта  $W_{ob}(s) = D_l^{-1}(s) \cdot N_l(s)$ , который можно изобразить в виде  $u(s) \rightarrow N_l(s) \rightarrow D_l^{-1}(s) \rightarrow \tilde{y}(s)$ , между блоками  $N_l(s)$  и  $D_l^{-1}(s)$  вставим  $I = L^{-1}(s) \cdot L(s)$ , где  $L(s)$  – унимодальная матрица. Это соответствует последовательному соединению блоков  $u(s) \rightarrow N_l(s) \rightarrow L(s) \rightarrow L^{-1}(s) \rightarrow D_l^{-1}(s) \rightarrow \tilde{y}(s)$ , что эквивалентно  $u(s) \rightarrow L(s) \cdot N_l(s) \rightarrow (L_l(s) \cdot D_l(s))^{-1} \rightarrow \tilde{y}(s)$ , или  $L(s) \cdot D_l(s) \cdot \tilde{y}(s) = L(s) \cdot N_l(s) \cdot u(s)$ . Для сохранения эквивалентности матрицу  $L(s)$  нужно выбирать унимодальной, т. е.  $\det L(s) \in R$ . Появляется возможность подобрать  $L(s)$  такую, чтобы у матричного полинома  $L(s) \cdot D_l(s)$  детерминант старшего матричного «коэффициента» был не вырожден. При *выравнивании столбцовых (строчных) степеней МПФ объекта*, выполняются условия столбцовой(строчной) приведенности объекта, и задача синтеза многоканальных регуляторов становится проще из-за упрощения структуры регулятора. Таким образом, предложенное структурное преобразование позволяет снизить столбцовые (строчные) степени МПФ объекта и, соответственно, понизить степень «числителя» и «знаменателя» МПФ регулятора.

Далее рассматривается использование двумерного регулятора с целью избавления от перерегулирования и достижения свойства автономности каналов многоканальных систем. Также применимость алгоритма рассматривается для стабилизации процесса синтеза аммиака.

**Стабилизация процесса синтеза аммиака в четырехполочной колонне.** Циркуляционный газ с температурой  $t_0$  нагревается в теплообменнике до температуры, необходимой для проведения начала реакции, и, далее, последовательно проходит через четыре полки колонны. Через  $t_i^H$  и  $t_i$ ,  $i = 1, 4$ , обозначим значения температур на входе и выходе полок,  $V_i$ ,  $i = 1, 4$  – объемный расход газа, не прошедшего предварительный подогрев. Температура на входе последующей полки связана с температурой на выходе предыдущей полки. После прохождения четвертой полки газовая смесь поступает в установку воздушного охлаждения для первичной конденсации аммиака, который далее отделяется в сепараторе и поступает в сборник жидкого аммиака.

Структурную схему процесса синтеза можно представить в виде многоканального объекта с тремя управляющими входными воздействиями  $u_i$  (положения засло-



нок), возмущающего воздействия  $y_0$  (температура газа на входе в колонну) и выходными переменными –  $y_i$ , ( $i = \overline{1, 3}$ ), в качестве которых рассматриваются температуры на выходе каждой полки. С учетом монотонного характера переходных процессов аппроксимируем их апериодическими звеньями второго порядка

$$W_{ob}(s) = \begin{pmatrix} k_1 / (1 + \tau_1 s)^2 & 0 & 0 \\ k_2 / (1 + \tau_2 s)^2 & k_3 / (1 + \tau_3 s)^2 & 0 \\ k_4 / (1 + \tau_4 s)^2 & k_5 / (1 + \tau_5 s)^2 & k_6 / (1 + \tau_6 s)^2 \end{pmatrix},$$

где  $k_1 = k_2 = -1,5$ ,  $k_3 = k_5 = -0,7$ ,  $k_4 = -1,4$ ,  $k_6 = -0,4$ ,  $\tau_1 = 1,9$ ,  $\tau_2 = \tau_3 = 2,9$ ,  $\tau_4 = \tau_5 = \tau_6 = 3,7$  мин. После перехода к левому разложению  $W_{ob}(s)$  может быть записана, при использовании несложных преобразований, в виде правого разложения:

$$N_r(s) = \text{diag}\{-1, -1, -1\},$$

$$D_r(s) = \begin{pmatrix} 2,41s^2 + 2,53s + 0,67 & 0 & 0 \\ -5,16s^2 - 5,43s - 1,43 & 12s^2 + 8,29s + 1,43 & 0 \\ 0,632s^2 + 0,665s + 0,175 & -21s^2 - 14,5s - 2,5 & 34,2s^2 + 18,5s + 2,5 \end{pmatrix}.$$

Строчные степени регулятора  $m_i$  выбираются по формуле  $m_i \geq v - 1 = 1$ , а с целью обеспечения астатизма берем  $m = m_1 = m_2 = m_3 = v = 2$  и задаем  $Y_0 = 0$ . Запишем полиномиальные матрицы «числителя» и «знаменателя» регулятора  $X_i(s) = X_0 + X_1 s + X_2 s^2$ ,  $Y_i(s) = Y_1 s + Y_2 s^2$ . Характеристическую матрицу системы  $C(s)$  задаем диагональной. Таким образом, столбцовые степени матрицы  $C(s)$  равны  $f_1 = f_2 = f_3 = m_1 + \mu_1 = m_2 + \mu_2 = m_3 + \mu_3 = 4$ ; это позволяет найти правильный регулятор такой, что результирующая система с единичной обратной связью имеет в качестве ее характеристической матрицы

$$C(s) = \text{diag}\{(s+1)^4, (s+1)^4, (s+1)^4\} = C_4 s^4 + C_3 s^3 + C_2 s^2 + C_1 s + C_0.$$

Значения корней матрицы выбраны из требования необходимого быстрогодействия. Переходим от полиномиальных матриц к числовым (4)  $\mathfrak{Z}\mathfrak{R} = \mathfrak{N}$ , где  $\mathfrak{Z} = (X_0 \ Y_1 \ X_1 \ Y_2 \ X_2)$ ,  $\mathfrak{N} = (C_0 \ C_1 \ C_2 \ C_3 \ C_4)$ , Получим невырожденную матрицу  $\mathfrak{R}$  размером  $15 \times 15$  с обусловленностью  $\text{cond}(\mathfrak{R}) = 104$ , матрицу  $\mathfrak{N}$  размером  $3 \times 15$  и матрицу  $\mathfrak{Z}$  неизвестных размером  $3 \times 15$ . Далее несложно найти параметры регулятора по формуле  $\mathfrak{Z} = \mathfrak{N}\mathfrak{R}^{-1}$  и затем выписать полиномиальные матрицы «числителя» и «знаменателя» ПФ регулятора:

$$X_i(s) = \text{diag}\{-2,625s^2 - 3,18s - 1, -3,6s^2 - 3,61s - 1, -4,06s^2 - 3,75s - 1\},$$

$$Y_i(s) = \begin{pmatrix} 0,415s^2 + 1,22s & 0 & 0 \\ 0,18s^2 + 0,6s & 0,083s^2 + 0,28s & 0 \\ 0,102s^2 + 0,35s & 0,05s^2 + 0,18s & 0,03s^2 + 0,1s \end{pmatrix}.$$

Переходные процессы в САУ (рисунок 2), соответствующие поэтапному переводу системы с температурами 100 °С на 1-й, 2-й и 3-й полках к температурному режиму 150 °С, 200 °С и 250 °С, приведены на рисунках 3,а,б,в. На рисунке 3,а приве-

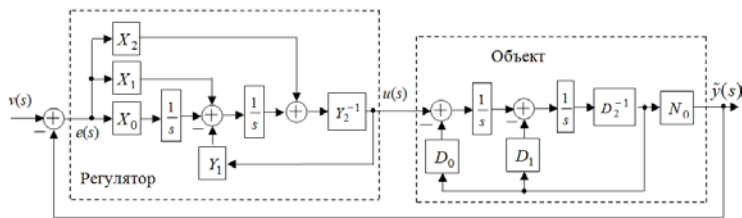


Рисунок 2 – Структурная схема САУ

цессы при задании  $v = [150\ 200\ 200]^t$  градусов с начальными условиями  $150\text{ }^\circ\text{C}$ ;  $t_{\text{пн}} \leq 5$  мин, а  $\sigma \leq 10\%$ . На рисунке 3,в –  $v = [150\ 200\ 250]^t$  градусов с начальными условиями  $150\text{ }^\circ\text{C}$ ,  $200\text{ }^\circ\text{C}$  и  $200\text{ }^\circ\text{C}$ ;  $t_{\text{пн}} \leq 5$  мин, а перерегулирование – в пределах  $4\%$ .

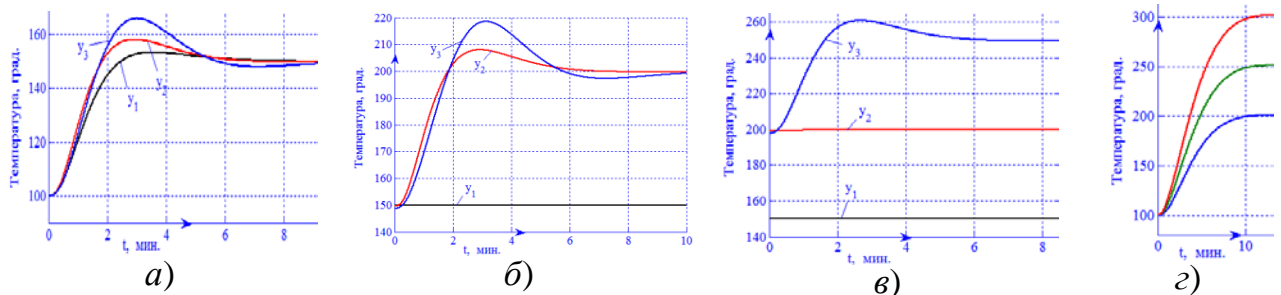


Рисунок 3 – Переходные процессы в САУ при подаче: а –  $v = [150\ 150\ 150]^t$ ; б –  $v = [150\ 200\ 200]^t$ ; в –  $v = [150\ 200\ 250]^t$ ; з –  $v = [150\ 200\ 250]^t$

На последнем рисунке 3,з приведены переходные процессы в системе при использовании двумерного регулятора при  $v = [150\ 200\ 250]^t$  градусов с начальными условиями  $100\text{ }^\circ\text{C}$ . Как видно  $t_{\text{пн}} \leq 9$  мин, а перерегулирование – отсутствует.

Таким образом, в данной главе разработан формализованный алгоритм синтеза многоканальных регуляторов полного (повышенного) порядка, опирающийся на теорему Chen'а С.Т., особенностью которой является возможность введения дополнительных, так называемых «свободных» параметров, позволяющих обеспечивать дополнительные требования к САУ, например, получить матричное характеристическое уравнение с заданными полюсами системы; синтезировать правильный регулятор с заданными порядками астатизма по каналам; добиться удовлетворительного расположения нулей системы; решить задачу автономизации каналов в статическом или динамическом режиме. С целью упрощения процедуры синтеза предложено использовать новое структурное преобразование многоканальных систем, сводящееся к введению унимодальных матриц в различных участках структурной схемы.

**Глава четыре.** В предыдущих разделах разработан алгоритм синтеза многоканальных регуляторов на основе матричного полиномиального разложения передаточных функций объекта и синтезируемого регулятора. Но с течением времени параметры объекта могут изменяться, поэтому качество переходных процессов в САУ может ухудшаться – требуется подстройка параметров устройств управления. Для определения параметров объекта предлагается использовать так называемый *активный* метод идентификации, состоящий в периодической подаче тестовых сигналов типа синусоиды и меандра. По результатам измерений необходимо заранее построить *специальные номограммы*. В работе последовательно решаются задачи идентификации параметров нескольких типов объектов, входящих в САУ, что позволило

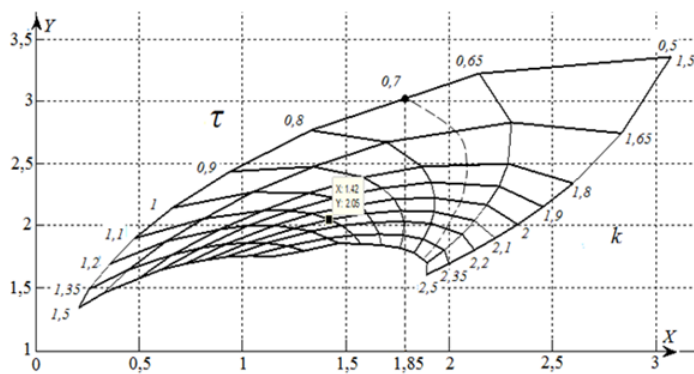


Рисунок 4 – Номограмма для определения параметров объекта

ляющая оценивать параметры объекта  $k$  и  $\tau$ . Для проверки качества полученной номограммы был проведен тест. На вход системы с параметрами объекта  $k = 1,5$  и  $\tau = 0,7$  подается воздействие типа меандра с амплитудой  $\pm 1$  и периодом  $T = 2\pi$  с и измеряются значения выходного сигнала при  $t = 14$  с и  $t = 15$  с. Эти значения оказались равными  $(X \ Y) = (1,85 \ 3,1)$ . По этим значениям с помощью рисунка 4 методом линейной интерполяции (штриховая линия) определили значения параметров объекта  $\hat{k} = 1,5$  и  $\hat{\tau} = 0,72$ . Также показано, что при подаче периодического сигнала типа синусоиды, можно построить номограмму зависимости фазы от амплитуды выходного сигнала для оценки параметров регулятора  $\alpha$  и  $\beta$ .

Задача идентификации параметров неустойчивого объекта второго порядка, представляющего собой перевернутый маятник на тележке, существенно сложнее. Идентификация осуществляется в САУ с указанным объектом и с структурой  $e(s) = v(s) - \tilde{y}(s) \rightarrow w_r(s) \rightarrow s^{-1} \rightarrow w_{ob}(s) \rightarrow \tilde{y}(s)$ , где  $w[\theta(s)/u(s)] = -k/(s^3 - sb)$  – передаточная функция по углу отклонения с условно введенным интегратором (для обеспечения астатизма) и с регулятором  $w_r(s) = (x_2 s^2 + x_1 s + x_0)/(y_2 s^2 + y_1 s + y_0)$ . На систему подается периодический сигнал типа синусоиды (меандра). Для определения параметров тестовых сигналов строим семейство годографов Найквиста для замкнутой системы. Далее строим специальные номограммы зависимости значения выходного сигнала  $A_{\text{вых}}$  от коэффициента усиления  $k$ , и,  $A_{\text{вых}}$  от  $k$  и инерционности  $b$ .

Следующая задача – оценка параметров более сложного неустойчивого объекта четвертого порядка с одним входом и двумя выходами, представляющего собой упрощенную модель перевернутого маятника на тележке (один из вариантов двух-массовой системы). Процедура идентификации состоит в задании<sup>3</sup> углового положения маятника и измерении нескольких значений переходных процессов по углу и положению тележки в фиксированные моменты времени. Система включает объект – перевернутый маятник на тележке с одним входом и двумя выходами и два регулятора, стабилизирующие угловое положение маятника  $\theta$  и обеспечивающих заданное положение тележки  $S$ . Передаточные функции объекта по двум каналам:  $w[\theta(t)/u(t)] = -k_0/(s^2 - b)$ ,  $w[S(s)/u(s)] = (k(s^2 - (b - a/L)))/(s^4 - bs^2)$ . Уточним

разработать алгоритм идентификации параметров объектов.

Сначала рассматривается задача для простого неустойчивого объекта  $w_{ob}(s) = k/(1 - \tau s)$  с ПИ-регулятором  $w_r(s) = (\alpha + \beta s)/s$ : по результатам измерений при подаче на систему периодического сигнала типа меандра, строится специальная номограмма (рисунок 4, где  $X$  и  $Y$  – значения выходных сигналов в фиксированные моменты времени), позволяющая

<sup>3</sup> Воевода А.А., Бобобеков К. М. Задание начальных условий в линейной динамической системе с использованием дельта функций и ее производных // Сб. науч. трудов НГТУ. – 2016. – № 4(86). – С. 37–48.

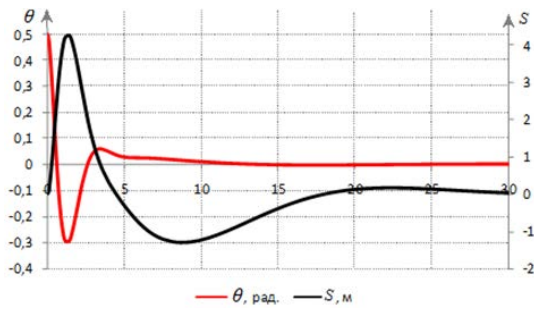


Рисунок 5 – Переходные процессы в системе управления с двумя выходами  $\theta$  и  $S$

$k \in [3; 5]$ . Снимем переходные процессы в системе для следующих значений параметров:  $a = \{8 \ 9 \ 10 \ 11 \ 12\}$ ,  $b = \{3,5 \ 4 \ 4,5 \ 5\}$ ,  $k = \{3 \ 3,5 \ 4 \ 4,5 \ 5\}$ . Выбираются такие

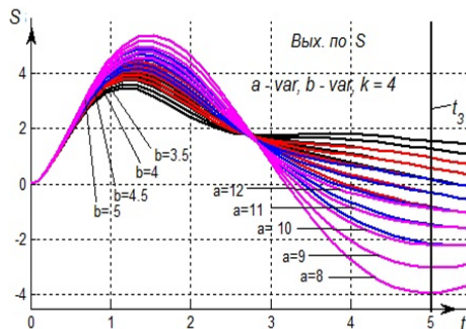


Рисунок 6 – Семейство выходных сигналов по  $S$  при  $k=4$

$(a_i, b_i, k_i)$ . Для удобного графического представления (так называемые номограммы) выбирали точки с фиксированным значением  $A_3$ . На основе опыта активной идентификации параметров нескольких объектов, состоящем в периодической подаче тестовых воздействий небольшой амплитуды, при заданных диапазонах изменения параметров объекта, входящих в САУ, разработан **алгоритм активной идентификации**, состоящий из следующих шагов. **Шаг 1.** Выбор (определение) набора параметров, значения которых следует уточнять (идентифицировать) вследствие их изменения в процессе функционирования САУ. **Шаг 2.** Синтез регулятора (регуляторов), обеспечивающего удовлетворительное функционирование САУ при базовых значениях параметров объекта. **Шаг 3.** Построение семейства годографов (псевдо-годографов) Найквиста замкнутой системы с целью выбора параметров тестового сигнала (сигналов). **Шаг 4.** Определение значений параметров тестовых сигналов. **Шаг 5.** Определение допустимой области изменения идентифицируемых параметров. **Шаг 6.** Выбор моментов времени (после окончания переходных процессов), в которые необходимо измерять параметры выходных сигналов. **Шаг 7.** Построение специальных номограмм, по которым имеется возможность оценить параметры объекта (регулятора). **Шаг 8.** Провести тестирование построенных номограмм. **Конец алгоритма.**

Результаты идентификации могут быть использованы для подстройки параметров регулятора (рисунке 7), где изме-

параметры объекта для случая, когда  $L=l=4$  м,  $b=5$  с<sup>-2</sup>,  $k=4$  кг<sup>-1</sup>,  $k_0=kL^{-1}=1$  кг<sup>-1</sup>м<sup>-1</sup>,  $a=10$  м·с<sup>-2</sup>. В соответствии с ранее изложенным методом рассчитываем два регулятора: по углу отклонения маятника  $R_0(s) = 2s + 17 + 17,9/s$  и по положению тележки  $R_s(s) = 0,75s - 0,5 - 0,1/s$ . Переходные процессы приведены на рисунке 5.

Пусть известны диапазоны изменения параметров объекта:  $a \in [8; 12]$ ,  $b \in [3,5; 5]$ ,

моменты  $t_1, t_2, t_3$  измерения выходных сигналов  $\theta(t)$  и  $S(t)$ , в которых система наиболее чувствительна к изменению параметров объекта:  $t_1 = 2$  с,  $t_2 = 4$  с, и  $t_3 = 5$  с, т. е.  $A_1 = \theta(t_1)$ ,  $A_2 = \theta(t_2)$  и  $A_3 = S(t_3)$  (рисунке 6). Таким образом, для трех чисел  $(a, b, k)$  получаем три числа  $(A_1, A_2, A_3)$ , что в трехмерном пространстве  $(A_1, A_2, A_3)$  позволяет построить точку с координатами  $(A_1^i, A_2^i, A_3^i)$  и с параметрами

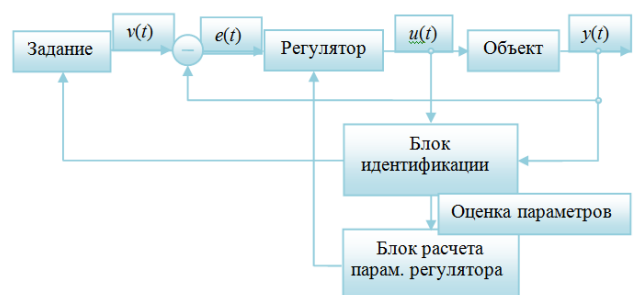


Рисунок 7 – Адаптивная система подстройки параметров регулятора

ренные значения поступают в *блок идентификации*, а оценки параметров объекта – в *блок расчета параметров регулятора*. Получены удовлетворительные результаты по использованию системы подстройки параметров регулятора (рисунок 7) для управления процессом синтеза аммиака в ректификационной колонне.

В *заключение* подведены итоги проведенных исследований и кратко изложены основные выводы и результаты. В *приложениях* приведены практические результаты работы, полученные при решении поставленной задачи синтеза, в том числе: копии актов об использовании и внедрении результатов диссертационной работы и свидетельство о регистрации программы для ЭВМ.

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

В соответствии с поставленными задачами исследования были получены следующие основные результаты:

- разработан алгоритм синтеза регуляторов *повышенного порядка* и доработан алгоритм синтеза многоканальных регуляторов *полного порядка* с использованием полиномиального матричного представления, что дает возможность введения дополнительных, так называемых свободных параметров регуляторов, позволяющих обеспечивать дополнительные требования к САУ. Также предложена модификация метода синтеза одноканальных регуляторов с использованием факторизации объекта, позволяющего «сохранять» устойчивые нули (полюса) объекта в замкнутой системе;

- разработан и формализован *алгоритм* преобразования полиномиального матричного описания многоканальных объектов с использованием матрицы Сильвестра к взаимно простому виду;

- предложено новое структурное преобразование МПФ многоканальных линейных САУ, состоящее в ее полиномиальном разложении с использованием унимодальных матриц, позволяющее, например, снизить столбцовые (строчные) степени полиномиальных матриц объекта и, соответственно, понизить степень «числителя» и «знаменателя» МПФ регулятора;

- предложен *алгоритм* адаптивной подстройки параметров регулятора с использованием методов активной идентификации, состоящий в периодической подаче тестовых сигналов типа синусоиды, меандра или их комбинации, которые влияют на процессы в САУ в допустимых пределах и в предварительном построении номограмм по результатам вспомогательных экспериментов.

В результате внедрения полученных научных результатов выполнена модернизация алгоритмов стабилизации температурных режимов полок в колонне синтеза аммиака, что позволило полностью обеспечить заданное качество процессов химических производств компании АО «СИНЕТИК», г. Новосибирск. Алгоритмы расчета многоканальных регуляторов САУ технологическими процессами и устройствами использованы компанией ООО «РосИнжиниринг», г. Новосибирск. Разработанные на основе предложенных методов синтеза многоканальные регуляторы позволяют повысить экономичность управления технологическими процессами, а также могут быть использованы для управления объектами автоматизации и промышленными установками, в частности, управлением вибрационными режимами многомассовых систем. Разработана и зарегистрирована программа синтеза многоканальных регуляторов, реализованная в пакете *MATLAB*.

Научные результаты, полученные в диссертационном исследовании, используются в учебном процессе в курсах лекций, лабораторных работах по дисциплинам: «Теория автоматического регулирования», «Многоканальные системы управления» и «Основы теории управления», читаемым для студентов и магистрантов НГТУ

(г. Новосибирск) и ТГУ имени академика М.С. Осими (г. Душанбе), что подтверждается соответствующими актами.

## БЛАГОДАРНОСТИ

Автор выражает глубокую признательность и благодарность научному руководителю, д.т.н., проф. Воеводе А.А. за понимание, терпение и за моральную поддержку при подготовке к защите.

## ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

### ***Статьи в журналах, рекомендованные ВАК для публикации результатов диссертации на соискание учёной степени доктора и кандидата наук:***

1. Бобобеков, К.М. Синтез линейных многоканальных регуляторов с использованием структурных преобразований [Текст] / А. А. Воевода, К. М. Бобобеков // Вестник АГТУ. – 2017. – № 3. – С. 7–20.

2. Бобобеков, К. М. О структурных преобразованиях многоканальных линейных систем в матричном полиномиальном представлении [Текст] / К. М. Бобобеков // Науч. вестник НГТУ. – 2017. – № 2(67). – С. 7–25.

3. Бобобеков, К. М. Решение переопределенной линейной системы уравнений при полиномиальном синтезе регуляторов [Текст] / А. А. Воевода, К. М. Бобобеков // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование.–2017. –№ 4 (56). – С. 84–99.

4. Бобобеков, К. М. Оценка параметров перевернутого маятника в системе стабилизации углового положения [Текст] / А. А. Воевода, К. М. Бобобеков // Вестник РГРТУ. – 2017. – № 3(61), – С. 110–118.

5. Бобобеков, К. М. Активная идентификация параметров ПИ-регулятора в системе автоматического управления неустойчивым объектом первого порядка [Текст] / А. А. Воевода, К. М. Бобобеков // Докл. ТУСУРа. – 2017. –Т. 1, № 4. – С. 100–104.

6. Бобобеков, К. М. Полиномиальный метод синтеза многоканальных систем посредством перехода к матричному полиномиальному представлению [Текст] / К. М. Бобобеков // Вестник АГТУ. – 2019. – № 1. – С. 7–25.

7. Бобобеков, К. М. Система автоматического управления процессом синтеза аммиака [Текст] / А. А. Воевода, К. М. Бобобеков // Вестник РГРТУ. –2019. – № 1.(67), – С. 99–108.

8. Bobobekov, K. M. The periodic signals application for the estimation of the unstable object parameters [Text] / G. V. Troshina, A. A. Voevoda, K. M. Bobobekov // Journal of Physics: Conference series. – 2017. – Vol. 803, № 1 – Art. 012166 (5 p.), (Scopus).

9. Bobobekov, K. M. The parameters identification of the automatic control system with the controller [Text] / K. M. Bobobekov, G. V. Troshina, A. A. Voevoda // Journal of Physics: Conference series. – 2019. – Vol. 1210. – Art. 012021, (Scopus).

### ***Зарегистрированные программы для ЭВМ:***

10. Бобобеков, К. М. Свидетельство №2018661906 от 20.09.2018 г. о гос. регистрации программы для ЭВМ. Программа для расчета параметров для линейного многоканального регулятора с использованием структурного преобразования [Текст] / правообладатель: К. М. Бобобеков, А. А. Воевода, Д. О. Романников. – 2018.

### ***Статьи в зарубежных изданиях, индексируемых Web of Science и Scopus:***

11. Bobobekov, K. M. The Active Identification of Parameters for the Unstable Object [Text] / G. V. Troshina, A. A. Voevoda, K. M. Bobobekov // The 11<sup>th</sup> International Fo-

rum on Strategic Technology 2016. June 1 – June 3, 2016 Novosibirsk State Technical University. – Novosibirsk: NSTU, 2016. – P. 594–596.

12. Bobobekov K.M. The Parameters Determination of the Inverted Pendulum Model in the Automatic Control System [Text] / G. V. Troshina, A. A. Voevoda, K. M. Bobobekov // Proc. of the XIII Intern. conf. Actual problems of electronic instrument engineering (APEIE–2016), Novosibirsk State Technical University. – Novosibirsk: NSTU, 2016. – P. 180–182.

13. Bobobekov K.M. Unstable object parameters estimation with one input and two outputs in automatic control system [Text] / G. V. Troshina, A. A. Voevoda, K. M. Bobobekov // 18th International Conference of young specialists on micro-/nanotechnologies and electron devices, EDM 2017: proc., Altai, Erlagol, 29 June-3 July 2017. – Novosibirsk: NSTU, 2017. – P. 138–141.

14. Bobobekov, K. M. A polynomial method for synthesizing a two-channel regulator stabilizing a three-mass system [Text] / K. M. Bobobekov // Proc. of the XIV Intern. Conf. “Actual problems of electronic instrument engineering (APEIE–2018)” Novosibirsk. Novosibirsk State Technical University. – Novosibirsk: NSTU, 2018. – P. 184–189.

15. Bobobekov, K.M. Reduction of the matrix polynomial decomposition of the transfer function to a coprime form using the Sylvester matrix [Text] / A. A. Voevoda, K. M. Bobobekov // Proc. of the XIV Intern. Conf. “Actual problems of electronic instrument engineering (APEIE–2018)”, Novosibirsk State Technical University. – Novosibirsk: NSTU, 2018. – P. 290–294.

***Публикации в прочих научных изданиях:***

16. Бобобеков, К. М. Синтез двухканальной системы полиномиальным методом: обеспечение астатизма [Текст] / К. М. Бобобеков, А. А. Воевода // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2016. – № 1(83). – С. 7–19.

17. Бобобеков, К.М. Активная идентификация параметров модели перевернутого маятника по углу при подаче на вход синусоидальных сигналов [Текст] / К. М. Бобобеков, А. А. Воевода // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2016. – № 2(84). – С. 21–37.

18. Бобобеков, К. М Идентификация параметров линеаризованной модели перевернутого маятника: тестовый сигнал – двойной меандр [Текст] / К. М. Бобобеков // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2016. – № 3(85). – С. 7–17.

19. Бобобеков, К. М. Расчет параметров регулятора для стабилизации перевернутого маятника по углу отклонения [Текст] / К. М. Бобобеков, А. А. Воевода // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2016. – № 3(85). – С. 18–32.

20. Бобобеков, К. М. Об особенностях реализации двухпараметрического регулятора стабилизации положения маятника в среде Matlab [Текст] / К. М. Бобобеков // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2016. – № 3(85). – С. 115–130.

21. Бобобеков, К. М. О нормировании полиномов знаменателей объекта и регулятора при полиномиальном методе синтеза [Текст] / К. М. Бобобеков // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2016. – № 4(86). – С. 7–24.

22. Бобобеков, К. М Полиномиальный метод синтеза одноканальной двухмассовой системы [Текст] / К. М. Бобобеков // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2016. – № 4(86). – С. 25–36.

23. Бобобеков, К. М. Автономность и астатизм в многоканальной системе с двухпараметрическим регулятором [Текст] / А. А. Воевода, К. М. Бобобеков // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2017. – № 3(89). – С. 7–31.

24. Бобобеков, К. М. О необходимом условии существования решения при полиномиальном методе синтеза одноканальных систем [Текст] / А. А. Воевода, К. М. Бобобеков // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2017. – № 4(90). – С. 7–21.

25. Бобобеков, К. М. Активные методы оценки параметров регулятора в системе автоматического управления [Текст] / К. М. Бобобеков // Интеллектуальный анализ сигналов, данных и знаний: методы и средства: материалы Всерос. науч.-практ. конф. с междунар. участием, Новосибирск, 14–17 ноября, 2017 г. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2017. – С. 240–244.

26. Бобобеков, К. М. Решение линейной системы уравнений в задаче синтезе регуляторов полиномиальным методом [Текст] / А. А. Воевода, К. М. Бобобеков // Интеллектуальный анализ сигналов, данных и знаний: методы и средства: Сб. статей Всерос. науч.-практ. конф. с междунар. участием, Новосибирск, 14–17 нояб., 2017 г. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2017. – С. 244–249.

27. Бобобеков, К. М. Вычисление взаимно простого разложения для одноканальных передаточных функций с использованием матрицы Сильвестра [Текст] / К. М. Бобобеков, Э. Ш. Тауров // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2018. – № 1(91). – С. 7–30.

28. Бобобеков, К. М. Формализация полиномиального метода синтеза одноканальных систем с использованием матрицы Сильвестра [Текст] / К. М. Бобобеков // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2018 – № 1(91). – С. 31–67.

29. Бобобеков, К. М. Преобразование полиномиального представления многоканального объекта к взаимно простому виду [Текст] / А. А. Воевода, К. М. Бобобеков // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2018. – № 2 (92). – С. 7–35.

30. Бобобеков, К. М. Моделирование многоканальных систем с вырожденными объектами в полиномиальном матричном представлении [Текст] / А. А. Воевода, К. М. Бобобеков // Независимость – основа развития энергетики страны: материалы междунар. науч.-практ. конф., 22–23 дек., 2017 г. – Бохтар: Изд-во ИЭТ, 2017. – С. 214–218.

31. Бобобеков, К. М. Автономность и астатизм в многоканальной системе с двухпараметрическим регулятором [Текст] / А. А. Воевода, К. М. Бобобеков // Интеллектуальный анализ сигналов, данных и знаний: методы и средства: сб. тр. II Всерос. науч.-практ. конф. с междунар. участием, Новосибирск, 11–13 дек., 2018 г. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2018. – С. 337–347.