

На правах рукописи



Крук Андрей Евгеньевич

СИНТЕЗ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ПРИ СЛУЧАЙНЫХ ВОЗМУЩЕНИЯХ  
ПРЯМЫМ ВАРИАЦИОННЫМ МЕТОДОМ

Специальность  
05.13.01 – Системный анализ, управление и обработка  
информации (технические системы)

Автореферат  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Санкт-Петербург–2015

Работа выполнена на кафедре информационно-сетевых технологий  
Федерального государственного автономного образовательного учреждения  
высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет  
аэрокосмического приборостроения»

Научный руководитель: доктор технических наук, профессор  
**Осипов Леонид Андроникович**,  
Заслуженный работник высшей школы РФ

Официальные оппоненты: **Григорьев Валерий Владимирович**, доктор  
технических наук, профессор, Федеральное  
государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования «Санкт-  
Петербургский национальный исследовательский  
университет информационных технологий,  
механики и оптики», кафедра Систем управления  
и информатики, профессор

**Новожилов Игорь Михайлович**, кандидат  
технических наук, доцент, Федеральное  
государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования «Санкт-  
Петербургский государственный электротех-  
нический университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова  
(Ленина)», кафедра Автоматики и процессов  
управления, доцент

Ведущая организация: **ОАО "Концерн "Гранит-Электрон"**, г. Санкт-  
Петербург

Защита диссертации состоится 28 декабря 2015 г. в 14-00 часов на засе-  
дании диссертационного совета Д 212.238.07 при ФГАОУ ВО «Санкт-  
Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ»  
им. В.И. Ульянова (Ленина)» по адресу: 197376, г. Санкт-Петербург, ул.  
Проф. Попова, 5.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГАОУ ВО «Санкт-  
Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ»  
им. В.И. Ульянова (Ленина)» и на сайте: [www.eltech.ru](http://www.eltech.ru).

Автореферат разослан 20 октября 2015 г.

Ученый секретарь совета по  
докторских и кандидатских  
диссертаций Д 212.238.07



В.В. Цехановский

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы диссертации. В различных отраслях науки и техники широко применяются нелинейные непрерывные и импульсные системы автоматического управления (САУ), динамика которых описывается нелинейными дифференциальными или разностными уравнениями высокого порядка.

Постоянное повышение требований к техническим и эксплуатационным характеристикам САУ сложными объектами и технологическими процессами приводит к необходимости учета нелинейностей в системах при синтезе законов управления.

В теории нелинейных САУ достигнуты значительные результаты. Здесь в первую очередь следует отметить методы фазового пространства, гармонического баланса, критерии устойчивости, статистическую линеаризацию и многие другие методы изложенные в трудах А.М. Ляпунова, А.А. Андропова, Н.Н. Боголюбова, Н.М. Крылова, Е.П. Попова, В.А. Бесекерского, Я.З. Цыпкина, В.А. Якубовича, В.В. Солодовникова, А.А. Воронова, Н.Н. Красовского, В.С. Пугачева, Е.И. Джурри, Ю.Т. Ту и других ученых.

Существующие традиционные методы синтеза нелинейных непрерывных и импульсных САУ зачастую достаточно сложны и имеют ряд особенностей и недостатков, ограничивающих их применение для исследования широкого класса САУ высокого порядка с несколькими нелинейностями по единым алгоритмам.

В настоящее время для синтеза нелинейных непрерывных и импульсных САУ широко используются численные методы. Высокоэффективным оказался метод синтеза непрерывных и импульсных систем предложенный И.А. Огурком и Л.А. Осиповым - метод ортогональных проекций, развитый в работах А.Д. Жукова и В.Ф. Шишлакова. Осиповым Л.А. и Шишлаковым В.Ф. метод ортогональных проекций разработан для синтеза линейных и нелинейных непрерывных и импульсных систем при регулярных воздействиях. В работах Никитина А.В. метод ортогональных проекций распространен на синтез нелинейных систем со степенными нелинейными характеристиками. Поляковой Т.Г. данный подход используется для синтеза нелинейных непрерывных и импульсных систем с нелинейностями, допускающими кусочно-линейную аппроксимацию при различных процессах на входах. В работах Цветкова С.А. метод ортогональных проекций распространен на синтез импульсных САУ с амплитудной модуляцией сложной формы. Шишлаковым Д.В. метод ортогональных проекций использован для синтеза многосвязных систем во временной области, а Жуковым А.Д. для непрерывных линеаризованных систем при случайных возмущениях. В связи с этим одной из важных задач является распространение метода ортогональ-

ных проекций для синтеза нелинейных непрерывных и импульсных систем при случайных возмущениях.

Цель диссертационной работы заключается в разработке метода синтеза нелинейных непрерывных и импульсных САУ при наличии случайных возмущений.

Для достижения поставленной цели в диссертации решались следующие задачи:

- разработка метода параметрического синтеза непрерывных систем управления, содержащих несколько нелинейных элементов, при наличии случайного возмущения;
- распространение метода синтеза на импульсные системы при случайных возмущениях. Разработка методики синтеза линейных импульсных систем при случайных возмущениях;
- разработка методики синтеза нелинейных импульсных систем управления при случайных возмущениях, содержащих различные типы нелинейных элементов;
- решение задачи синтеза закона управления системы торможения колес тяжелого самолета методом ортогональных проекций.

Методы исследования. Для решения поставленных задач в работе применялись положения теории автоматического управления, прямые методы решения вариационных задач, функционального анализа, аппарат теории обобщенных функций, высшей алгебры, ряды Фурье, нелинейное программирование.

Научная новизна. В диссертации новым, что вносится в решение задач синтеза непрерывных и импульсных САУ высоких порядков при случайных воздействиях, является следующее:

- метод параметрического синтеза непрерывных нелинейных САУ, базирующийся на прямом вариационном методе (методе ортогональных проекций), позволяющий синтезировать непрерывные САУ при наличии случайных возмущений, нелинейные характеристики которых допускают кусочно-линейную аппроксимацию, по заданным показателям качества переходного процесса;
- распространение метода ортогональных проекций на синтез импульсных систем при случайных возмущениях. Разработана методика синтеза линейных импульсных систем по заданным показателям качества переходного процесса при случайных возмущениях;

- методика параметрического синтеза нелинейных импульсных систем по заданным показателям качества переходного режима, позволяющая проводить синтез систем при случайных возмущениях с нелинейностями, характеристики которых допускают кусочно-линейную аппроксимацию и при различных входных сигналах.

Практическая ценность. Развитый в работе метод ортогональных проекций для параметрического синтеза нелинейных непрерывных и импульсных САУ по заданным показателям качества переходного режима является теоретической основой разработанных алгоритмов синтеза САУ. Разработанные алгоритмы имеют общую методологическую основу и позволяют проводить синтез широкого класса САУ выюких порядков при случайных возмущениях. Они могут быть использованы в различных отраслях промышленности при создании алгоритмического обеспечения для автоматизированного проектирования сложных нелинейных САУ.

Полученные в диссертационной работе результаты, разработанные алгоритмы и программы используются в работах ООО "Институт инфокоммуникационных технологий"(г. Санкт-Петербург), а так же в учебном процессе на кафедре 53 "Информационно-сетевых технологий" Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения (ГУАП).

Положения диссертационной работы, выносимые на защиту:

- метод параметрического синтеза непрерывных систем, содержащих несколько нелинейных элементов, характеристики которых допускают кусочно-линейную аппроксимацию, по заданным показателям качества переходного режима при наличии случайных возмущений;
- распространение метода ортогональных проекций на синтез импульсных систем при случайных воздействиях. Методика синтеза линейных импульсных систем при случайных возмущениях по заданным показателям качества переходного режима;
- методика параметрического синтеза нелинейных импульсных САУ при случайных возмущениях по заданным показателям качества переходного режима;
- синтез закона управления системы торможения колес тяжелого самолета методом ортогональных проекций при случайных возмущениях.

Апробация работы. Результаты отдельных этапов работы докладывались и обсуждались на XVII и XXI Международных научно-технических семинарах

"Современные технологии в задачах управления, автоматизации и обработки информации" в г. Алушта, 2008 и 2012 годах соответственно; на XI международном симпозиуме по проблемам избыточности информации и управляющих систем, г. Санкт-Петербург, 2007 год; в государственном университете штата Индиана (США) в 2006 году на совместном семинаре индианаполисского государственного университета и ГУАП, на научных сессиях ГУАП, г. Санкт-Петербург, с 2007 по 2015 г.

Публикации. Основные результаты работы опубликованы в 9 печатных работах, в том числе 2 из перечня рекомендованных ВАК. Список использованной литературы содержит 148 наименований.

Объем и структура работы. Диссертационная работа состоит из введения, четырех разделов, заключения, списка использованных источников. Работа изложена на 149 страницах машинописного текста, содержит 27 рисунков и 4 таблицы.

## КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы диссертации, сформулированы цель диссертационной работы и основные задачи, методы исследования, научная новизна работы и практическая значимость. Сформулированы основные положения, выносимые на защиту, содержатся сведения об апробации работы и ее структуре.

В первом разделе диссертационной работы дается обзор литературы по теме диссертации и ставятся задачи исследования.

В первом подразделе проводится анализ существующих методов синтеза систем. Среди точных методов, используемых при синтезе нелинейных САУ выделяются методы фазового пространства, основы которого заложены академиком А.А. Андроновым, метод фазовой плоскости, а так же методы, основанные на принципе максимума Л.С. Понтрягина и динамическом программировании.

В виду сложности вычислений, область применения точных методов ограничивается нелинейными САУ невысоких порядков. Поэтому в инженерной практике получили распространение приближенные методы синтеза: метод гармонической линеаризации и родственные ему методы (гармонического баланса, малого параметра и других), над которыми работали Е.П. Попов, А.А.Вавилов, Е.И. Хлыпало, И.П. Пальтов, М.М. Симкин и Я.З. Цыпкин, частотные методы, над которыми работали В.В. Солодовников, С.М. Федоров, В.А. Бесекерский, методы с использованием уравнений пространства состояний, над которым работали Ю.Т. Ту, В. Стрейц, Б.С. Куо и другие.

В работах И.А. Огурка, Л.А. Осипова и Л.Г. Петухова предложено обращение прямых вариационных методов: ортогональных проекций и метода Галеркина на решение задачи синтеза нелинейных САУ. Над развитием этих методов работали А.Д. Жуков и В.Ф. Шишлаков. Однако, в данных работах упомянутые методы используются либо для синтеза детерминированных систем, либо для непрерывных линеаризованных систем при наличии случайных возмущений.

На основании проведенного обзора делается вывод об актуальности разработки эффективных и универсальных алгоритмов синтеза непрерывных и импульсных САУ высокого порядка при случайных возмущениях.

Во втором подразделе формулируются задачи исследования диссертационной работы, которые состоят в разработке универсальных методов и алгоритмов синтеза по заданным показателям качества непрерывных и импульсных САУ с несколькими нелинейными элементами, находящимися под воздействием случайных возмущений.

Второй раздел посвящен распространению метода ортогональных проекций на решение задачи параметрического синтеза непрерывных нелинейных систем управления при наличии наложенного на входной сигнал случайного возмущения.

В первом подразделе приводится общая схема решения задачи параметрического синтеза непрерывной нелинейной системы управления при наличии наложенной на входной сигнал случайной помехи с помощью метода ортогональных проекций.

Задача синтеза решается в следующей постановке. Структура САУ предполагается заданной. Часть параметров системы также известна. Параметры  $\sigma_k$ ,  $k = 1, \dots, m$  изменяемой части САУ, относящиеся к одному или нескольким звеньям (в частности, это могут быть регулятор, корректирующие устройства) подлежат определению из условия приближенной минимизации интегральной ошибки воспроизведения системой заданного движения (по оценкам математического ожидания и дисперсии). Минимизация интегральной ошибки осуществляется при безусловном обеспечении абсолютной устойчивости системы и ограничений, накладываемых на варьируемые (искомые) параметры.

Предполагается, что входное воздействие представляет собой сумму среднего значения  $\bar{g}(t)$  и случайной стационарной помехи  $\delta g(t)$

$$g(t) = \bar{g}(t) + \delta g(t). \quad (1)$$

Уравнение движения такой нелинейной системы будет описываться уравне-

нием

$$Q(p, \sigma_k)x(t) + R(p, \sigma_k)y(t) = S(p, \sigma_k)\bar{g}(t) + S(p, \sigma_k)\delta g(t), \quad y(t) = F[x(t)], \quad (2)$$

где  $p = \frac{d}{dt}$ ,

$$Q(p, \sigma_k) = \sum_{i=0}^n a_i(\sigma_k)p^i, \quad R(p, \sigma_k) = \sum_{j=0}^u b_j(\sigma_k)p^j, \quad S(p, \sigma_k) = \sum_{\nu=0}^v e_\nu(\sigma_k)p^\nu. \quad (3)$$

Требуется определить параметры системы  $\sigma_k$  из условия воспроизведения в системе желаемого переходного процесса  $x_0(t)$  с минимальной интегральной ошибкой.

Задачу синтеза параметров нелинейной САУ рассмотрим при среднем внешнем воздействии  $\bar{g}(t) = H1(t)$  и нулевых начальных условиях для времени  $t = -0$ , то есть нулевых начальных условиях до приложения к системе скачкообразного воздействия величины  $H$

$$x_{-0} = 0, \dot{x}_{-0} = 0, \dots, x_{-0}^{(n-1)} = 0. \quad (4)$$

Из условия устойчивости системы можно получить второй набор граничных условий:

$$x(\infty) = H_0, \dot{x}(\infty) = 0, \dots, x^{(n-1)}(\infty) = 0, \quad (5)$$

где  $H_0$  определяется статизмом системы.

Задается система линейно независимых непрерывно дифференцируемых координатных функций  $\varphi_q(t)$  ( $q = 1 \dots m$ ).

$$\varphi_1(t), \varphi_2(t), \dots, \varphi_m(t). \quad (6)$$

В соответствии с требуемыми показателями качества задается желаемый переходный процесс  $x_0(t)$  в виде

$$x_0(t) = W_0(t) + \sum_{i=1}^l a_i W_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, l, \quad (7)$$

где  $a_i$  - набор постоянных коэффициентов,  $W_0(t) = w_0(t)1(t)$  - функция, удовлетворяющая заданным граничным условиям,  $W_i = w_i(t)1(t)$  - функции, удовлетворяющие нулевым граничным условиям.



Желаемый процесс (7) подставляется в уравнение движения системы и образуется невязка  $\Psi(\sigma_k, t)$

$$\Psi(\sigma_k, t) = S(p, \sigma_k)\bar{g}(t) + S(p, \sigma_k)\delta g(t) - R(p, \sigma_k)F[x_0(t)] - Q(p, \sigma_k)x_0(t). \quad (8)$$

Варьируемые параметры  $\sigma_k$ ,  $k = 1, \dots, m$  определяются из условия ортогональности невязки  $\Psi(\sigma_k, t)$  координатным функциям  $\varphi_q(t)$

$$\int_0^\infty \Psi(\sigma_k, t)\varphi_q(t)dt = 0, \quad q = 1, 2, \dots, m. \quad (9)$$

Таким образом, прямой вариационный метод ортогональных проекций обращается на решение задачи параметрического синтеза системы.

Во втором подразделе рассматривается каноническое разложение В.С. Пугачева возмущения, действующего на систему. В диссертационной работе рассматриваются две формы канонического разложения. В случае, если компоненты раскладываемого вектора некоррелированы между собой, каноническое разложение имеет вид

$$g_k(t) = \bar{g}_k + \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} V_{k\nu}e^{j\delta_\nu t}. \quad (10)$$

В случае корреляционной связи между компонентами вектора  $\mathbf{g}(t)$  это выражение примет вид

$$g_k(t) = \bar{g}_k + \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \sum_{i=1}^l V_{i\nu}\Lambda_{ik\nu}e^{j\delta_\nu t}. \quad (11)$$

Третий подраздел посвящен построению желаемого процесса и выбору координатных функций.

В простейшем случае желаемый процесс принимаются в виде:

$$x_0(t) = [H_0 + c_1e^{-(\alpha-i\beta)t} + c_2e^{-(\alpha+i\beta)t}]1(t). \quad (12)$$

для статических систем и

$$x_0(t) = [c_1e^{-(\alpha-i\beta)t} + c_2e^{-(\alpha+i\beta)t}]1(t). \quad (13)$$

для астатических систем.

Для желаемых процессов, записанных относительно выходной координаты системы, выражения сохраняются с точностью до знака коэффициентов  $c_1$  и  $c_2$ .

Для повышения точности при синтезе сложных нелинейных САУ высоких порядков в диссертации задается желаемый процесс порядка  $z$ , который можно представить в виде алгебраической суммы:

$$x_0(t) = [H_0 + \sum_{s=1}^z (c_{s1}e^{-(\alpha_s - i\beta_s)t} + c_{s2}e^{-(\alpha_s + i\beta_s)t})]1(t), \quad (14)$$

где

$$\sum_{s=1}^z (c_{s1} + c_{s2}) = H_0^*. \quad (15)$$

В последующих вычислениях используется именно формула (14).

Система из  $m$  непрерывно дифференцируемых линейно независимых координатных функций выбирается в виде ряда экспонент:

$$e^{-\alpha_1 t}, e^{-\alpha_2 t}, \dots, e^{-\alpha_m t}. \quad (16)$$

В работе рассматривается вопрос выбора коэффициентов затухания этого ряда.

Точный учет характеристик нелинейности приводит к значительному усложнению расчета. Поэтому четвертый подраздел посвящен аппроксимации характеристик элементов системы прямолинейными отрезками, то есть использованию кусочно-линейной аппроксимации.

Пусть на входе нелинейного элемента действует некоторая непрерывная функция времени  $x(t)$ , соответствующая переходному процессу. Тогда аналитическое выражение для выходной функции  $y(t) = F[x(t)]$  может быть записано в виде:

$$F[x(t)] = \sum_{i=0}^r (C_i x(t) + B_i) \Theta(t - t_i), \quad (17)$$

где  $\Theta(t - t_i)$  ступенчатая функция, переключающаяся при  $t = t_i$ ,  $t_i$  - моменты переключения нелинейности. В диссертации так же приводится условие применимости кусочно-линейной аппроксимации.

В пятом подразделе решается задача синтеза непрерывных САУ с одним нелинейным элементом при случайных возмущениях. Согласно общей схеме решения задачи синтеза задается желаемый переходный процесс в виде (14). После подстановки желаемого переходного процесса в уравнение движения системы (2) образуется невязка. При этом нелинейная функция представляется в

виде (17), а случайная помеха в виде (10). Требование ортогональности невязки координатным функциям (16) приводит к системе алгебраических уравнений вида

$$\begin{aligned} & \int_0^\infty Q(p, \sigma_k) \bar{g}(t) e^{-\alpha_k t} dt + \int_0^\infty Q(p, \sigma_k) \delta g(t) e^{-\alpha_k t} dt - \\ & - \int_0^\infty R(p, \sigma_k) F[x_0(t)] e^{-\alpha_k t} dt - \int_0^\infty Q(p, \sigma_k) (x_0(t)) e^{-\alpha_k t} dt = 0. \end{aligned} \quad (18)$$

Получены аналитические выражения для вычисления каждого из этих интегралов

$$\int_0^\infty Q(p) \bar{g}(t) e^{-\alpha_k t} dt = \sum_{i=0}^{i=m} (a_i \bar{g}(t) \alpha_k^{i-1}), \quad (19)$$

$$\int_0^\infty Q(p) \delta g(t) e^{-\alpha_k t} dt = \sum_{j=0}^{j=m} \left( \sum_{i=-n}^n \frac{a_j V_i}{\delta_i + \alpha_k} \alpha_k^j \right), \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \int_0^\infty Q(p) x_0(t) e^{-\alpha_k t} dt &= \sum_{j=0}^{j=m} a_j \left( \left( \frac{H_0}{\alpha_k} + \sum_{i=-n}^n \frac{V_i}{\delta_i + \alpha_j} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \sum_{s=1}^z \left( \frac{(\alpha_s + \alpha_k) \cos \varphi_s + \beta_s \sin \varphi_s}{(\alpha_s + \alpha_k)^2 + \beta_s^2} \right) \right) \alpha_k^j \right), \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \int_0^\infty R(p) F(x_0(t)) e^{-\alpha_k t} dt &= \sum_{i=0}^{i=m} \sum_{j=1}^u b_i \left( \left( \frac{B_j + C_j H_0}{\alpha_k} e^{-\alpha_k t_j} + C_j \sum_{z=-n}^n V_z \frac{e^{-\delta_z t_i - \alpha_k t_i}}{\delta_z + \alpha_k} + \right. \right. \\ & \left. \left. + C_j \sum_{s=1}^z \left( \frac{2e^{\alpha_s + \alpha_k}}{(\alpha_s + \alpha_k)^2 + \beta_s^2} \left( (\alpha_s + \alpha_k) \cos(\beta_s t_j + \varphi_s) - \beta_s \sin(\beta_s t_j + \varphi_s) \right) \right) \alpha_k^i \right). \end{aligned} \quad (22)$$

В диссертации получены значения этих интегралов при наличии корреляционной связи между компонентами вектора  $\mathbf{g}(t)$ .

В шестом подразделе рассматривается вопрос обеспечения устойчивости при синтезе непрерывных нелинейных систем.

Для обеспечения устойчивости систем с одним нелинейным элементом используется алгебраическое представление частотного критерия абсолютной устойчивости В.М. Попова для систем с одним нелинейным элементом. Такое

представление абсолютной устойчивости позволяет исключить перебор по частоте  $0 < \omega < \infty$ , что приводит к существенному сокращению объема вычислений. Так же рассматривается вопрос обеспечения устойчивости систем с несколькими нелинейными элементами.

В седьмом подразделе задача синтеза методом ортогональных проекций сводится к задаче нелинейного программирования. Целевая функция строится с использованием метода ортогональных проекций

$$J = \sum_{q=1}^m \left( \int_0^{\infty} \bar{\Psi}(\sigma_k, t) e^{-\rho_q t} dt \right)^2 + \sum_{p=1}^m \left( \text{mod} \int_0^{\infty} \delta \Psi(\sigma_k, t) e^{-\rho_p t} dt \right)^2. \quad (23)$$

Минимизация целевой функции проводится при помощи процедуры случайного сжимающегося поиска. Поиск проводится с учетом ограничений на абсолютную устойчивость системы, грубости системы по варьируемым параметрам и технических ограничений на значения варьируемых параметров.

В восьмом подразделе рассматриваются системы с несколькими нелинейными элементами. Показано, как при этом будет выглядеть система уравнений, отражающих ортогональность невязки координатным функциям и составлена целевая функция, минимизация которой позволяет определить синтезируемые параметры системы при ограничении на абсолютную устойчивость системы с несколькими нелинейными элементами.

Девятый подраздел посвящен определению желаемого процесса на входах нелинейных элементов по желаемому процессу на выходе системы для различных вариантов структурных схем системы управления.

В десятом подразделе приведен метод оценки погрешности воспроизведения в системе желаемого процесса, полученный И.А. Огурком и Л.А. Осиповым. Данная оценка погрешности может быть использована для обеспечения требуемой точности приближения реального процесса синтезированной системы к желаемому.

В одиннадцатом подразделе рассматриваются примеры использования полученных результатов для решения конкретных задач синтеза.

В третьем разделе метод ортогональных проекций распространяется на задачи синтеза линейных и нелинейных импульсных САУ при наличии случайных возмущений. Первые два подраздела посвящены синтезу линейных и нелинейных систем управления соответственно. В общем виде дифференциальное уравнение движения импульсной системы с одним нелинейным элементом может быть записано в виде

$$Q(\sigma_k, p)x(t) + Q^*(\sigma_k, p)x^*(t) + R(\sigma_k, p)y(t) + R^*(\sigma_k, p)y^*(t) = \quad (24)$$

$$= S(\sigma_k, p)\bar{g}(t) + S(\sigma_k, p)\delta g(t) + S^*(\sigma_k, p)\bar{g}^*(t) + S^*(\sigma_k, p)\delta g^*(t),$$

где  $x^*(t)$ ,  $y^*(t)$ ,  $\bar{g}^*(t)$ ,  $\delta g^*(t)$  - решетчатые функции,

$$Q^*(\sigma_k, p) = \sum_{i=0}^{n^*} a_i^*(\sigma_k)p^i,$$

$$R^*(\sigma_k, p) = \sum_{j=0}^{u^*} b_j^*(\sigma_k)p^j,$$

$$S^*(\sigma_k, p) = \sum_{v=0}^{\nu^*} e_v^*(\sigma_k)p^v.$$

Задается желаемый переходный процесс  $x_0(t)$  и система непрерывно дифференцируемых линейно независимых координатных функций  $\varphi_q(t)$  как показано в разделе два. По  $x_0(t)$ ,  $y_0(t)$ ,  $\bar{g}(t)$ ,  $\delta g(t)$  определяются соответствующие решетчатые функции и образуется невязка. Тогда условие ортогональности невязки координатным функциям принимает вид

$$\begin{aligned} & \int_0^\infty S(\sigma_k, p)\bar{g}(t)e^{-\alpha_k t} dt + \int_0^\infty S(\sigma_k, p)\delta g(t)e^{-\alpha_k t} dt - \int_0^\infty R(\sigma_k, p)F(x_0(t))e^{-\alpha_k t} dt - \\ & - \int_0^\infty Q(\sigma_k, p)x_0(t)e^{-\alpha_k t} dt + \int_0^\infty S^*(\sigma_k, p)\bar{g}^*(t)e^{-\alpha_k t} dt + \int_0^\infty S^*(\sigma_k, p)\delta g^*(t)e^{-\alpha_k t} dt \\ & - \int_0^\infty R^*(\sigma_k, p)F[x_0^*(t)]e^{-\alpha_k t} dt - \int_0^\infty Q^*(\sigma_k, p)x_0^*(t)e^{-\alpha_k t} dt = 0. \end{aligned} \quad (25)$$

Значения для четырех из этих интегралов были получены в разделе два. В разделе три определяются значения оставшихся четырех

$$\int_0^\infty R^*(p, \sigma_k)\bar{g}^*(t)e^{-\alpha_k t} dt = \sum_{i=0}^{i=m} \left( \frac{b_i H^*}{1 - e^{-\alpha_k T}} \alpha_k^i \right), \quad (26)$$

$$\int_0^\infty R^*(p)\delta g^*(t)e^{-\alpha_k t} dt = \sum_{i=0}^{i=m} \left( \left( \sum_{j=-l}^l \frac{b_j x_j}{1 - e^{(-\delta_j - \alpha_k)T}} \right) \alpha_k^i \right), \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \int_0^\infty Q^*(p)x_0^*(t)e^{-\alpha_k t} dt &= \sum_{i=0}^{i=m} a_i \left( \left( \frac{H_0}{\alpha_k} + \sum_{j=-l}^l \frac{x_j^*}{1 - e^{-(\delta_j + \alpha_k)T}} \right) \right. \\ & \left. + \sum_{s=1}^z \left( \frac{(\alpha_s + \alpha_k) \cos \varphi_s^* + \beta_s \sin \varphi_s^*}{(\alpha_s + \alpha_k)^2 + \beta_s^2} \right) \right) \alpha_k^i, \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned}
\int_0^{\infty} R(p)F[x_0^*(t)]e^{-\alpha_k t} dt &= \sum_{i=0}^{i=m} b_i \left( \left( \sum_{j=1}^u \left( \sum_{n \geq \frac{t_m}{T}}^{\infty} (C_j H_0 e^{-\alpha_k n T} + \right. \right. \right. \\
&+ C_j \sum_{s=1}^z (c_{s1}^* e^{-(\alpha_s + \alpha_k - \nu \beta_s) n T} + c_{s2}^* e^{-(\alpha_s + \alpha_k + \nu \beta_s) n T}) \left. \left. \left. + \frac{B_j}{\alpha_k} + \right. \right. \right. \\
&+ \sum_{i=-l}^l x_i^* \sum_{n=\frac{t_i}{T}}^{\infty} e^{-(\delta_i + \alpha_k) T n} \alpha_k^i \left. \right). \tag{29}
\end{aligned}$$

В третьем подразделе подробно рассматривается вопрос обеспечения устойчивости импульсных систем, для чего используется критерий абсолютной устойчивости В.М. Попова для импульсных систем. Для представления частотного критерия В.М. Попова в алгебраической форме линейные части импульсной системы преобразуются из  $z$  преобразования в  $w$  преобразование. Тогда алгебраическое представление критерия В.М. Попова для системы с одним нелинейным элементом будет иметь вид

$$S(\lambda^2) = \sum_{S=0}^n g_{2S} \lambda^{2S} > 0, \quad \lambda > 0, \tag{30}$$

где  $\lambda$  - псевдочастота.

В четвертом подразделе задача синтеза сводится к задаче нелинейного программирования с целевыми функциями, построенными с использованием метода ортогональных проекций, при минимизации которых учитываются ограничения на абсолютную устойчивость системы, грубость системы по варьируемым параметрам и технические ограничения на значения параметров.

В пятом подразделе подробно рассматривается синтез импульсных систем с несколькими нелинейными элементами при случайных возмущениях. Общая схема алгоритма синтеза остается той же самой, отличие состоит в различии целевых функций. Для обеспечения устойчивости системы при этом используется критерий В.М. Попова для систем с несколькими нелинейными элементами.

В четвертом разделе диссертации рассматривается применение разработанных методов синтеза к решению задачи синтеза закона управления системы торможения колес (САУ ТК) среднемагистрального самолета ТУ-134А-3.

В первом подразделе строится математическая модель системы в виде нелинейной САУ.

Во втором подразделе на основе формул, полученных в разделе два, решается задача синтеза 14 параметров регулятора САУ ТК. Проведенное моделирование работы системы с синтезированными параметрами в среде MatLab /

Simulink показало удовлетворительное качество работы системы для наиболее сложного режима торможения самолета на "мокрой" ВПП.

В заключении сформулированы основные результаты, полученные в диссертационной работе.

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

Основные результаты работы заключаются в следующем.

1. На основании проведенного обзора и анализа методов сформулирована цель диссертационной работы: разработка универсальных методов синтеза нелинейных непрерывных и импульсных САУ при наличии случайных внешних возмущений, действующих на систему. Для достижения цели диссертационной работы решаются задачи, которые состоят в разработке методов, имеющих общую методологическую основу, синтеза нелинейных САУ широкого класса.
2. Разработан метод, базирующийся на прямом вариационном методе (методе ортогональных проекций), параметрического синтеза непрерывных нелинейных САУ высокого порядка с одним или несколькими нелинейными элементами при наличии случайных внешних возмущений. Параметры системы определяются из условия приближенного обеспечения заданных показателей качества: времени переходного процесса, перерегулирования, колебательности. При этом безусловно обеспечивается абсолютная устойчивость и грубость системы по варьируемым параметрам, а так же минимизируется влияние на систему случайной помехи.
3. Разработан алгоритм параметрического синтеза для непрерывных нелинейных САУ с одним или несколькими нелинейными элементами при наличии случайных внешних возмущений с использованием нелинейного программирования. Данный алгоритм позволяет синтезировать параметры системы и не зависит от структуры системы и ее порядка.
4. Получены аналитические рекуррентные соотношения для вычисления интегралов целевых функций для нелинейностей, характеристики которых допускают кусочно-линейную аппроксимацию. Использование полученных выражений позволяет свести вычисления по ходу решения задачи параметрического синтеза к выполнению простых алгебраических операций, единообразных для систем различной сложности или структуры.
5. Разработанный алгоритм параметрического синтеза сложных непрерывных нелинейных САУ при наличии случайных внешних возмущений тре-

бует небольших объемов памяти и затрат машинного времени по сравнению с решениями аналогичных задач, использующими поисковые процедуры с интегрированием дифференциальных уравнений системы на каждом шаге поиска варьируемых параметров. Этот выигрыш увеличивается с ростом сложности синтезируемой системы.

6. Решенные с помощью разработанных алгоритма и программы примеры синтеза непрерывных нелинейных САУ при случайных возмущениях подтверждают их эффективность, экономичность и достаточную для инженерных расчетов точность.
7. Разработан метод синтеза параметров линейных и нелинейных импульсных систем, содержащих один или несколько нелинейных элементов, характеристики которых допускают кусочно-линейную аппроксимацию при наличии случайных внешних воздействий. При этом обеспечивается безусловная устойчивость системы и грубость по варьируемым параметрам.
8. Для линейных и нелинейных импульсных САУ получены аналитические выражения для вычисления интегралов Галеркина, необходимые для синтеза импульсных систем методом ортогональных проекций. Полученные выражения позволяют свести все вычисления к выполнению простых алгебраических операций, единообразных для систем различных структур и порядков
9. На основе метода ортогональных проекций и нелинейного программирования разработаны алгоритмы параметрического синтеза линейных и нелинейных импульсных систем при случайных возмущениях, требующие небольших затрат памяти и машинного времени.
10. С помощью разработанных алгоритмов и программ, основанных на методе ортогональных проекций, решена задача синтеза 14 параметров регулятора САУ ТК самолета ТУ-134А-3 при наличии наложенной на сигнал случайной помехи. Проведенное исследование САУ ТК с синтезированными параметрами показало удовлетворительное качество работы системы для наиболее тяжелого режима торможения самолета на мокрой ВПП.
11. Полученные результаты подтверждают эффективность использования метода ортогональных проекций для решения задачи синтеза САУ ТК при наличии наложенной на сигнал случайной помехи на начальных этапах проектирования систем торможения, что позволяет существенно сокра-



тить затраты труда проектировщиков и повысить качество разрабатываемых систем.

## СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Публикации в изданиях, рекомендованных ВАК России:

1 Крук, А.Е. Синтез непрерывных нелинейных систем управления при случайных воздействиях / А.Е. Крук, Л.А. Осипов // Информационно-управляющие системы / СПб.: 2012. №2 (57). с. 26-30.

2 Крук, А.Е. Синтез нелинейных импульсных систем управления при случайных воздействиях / А.Е. Крук, Л.А. Осипов // Информационно-управляющие системы / СПб.: 2012. №3 (58). с. 33-36.

Другие публикации, статьи и материалы конференций:

3 Крук, А.Е. Синтез систем управления при случайных возмущениях методом ортогональных проекций / А.Е. Крук, Л.А. Осипов. СПб.: ГУАП, 2014. 114 с.

4 Krouk, A.E. Synthesis of Continuous and Pulsed Nonlinear Control Systems / A.V. Bobovitch, A.E. Krouk, L.A. Osipov // Proceedings from the Second International Exchange Program. Indiana State University College of Technology. Saint-Petersburg State University of Aerospace Instrumentation. October 27- November 5. Terre Haute, Indiana. 2006. p. 32-37.

5 Krouk, A.E. Synthesis of Continuous and Pulsed Nonlinear Control Systems. / A.E. Krouk, L.A. Osipov // Proceedings of XI International Symposium on Problems of Redudancy in Information and Control Systems. St. Petersburg, Russia. 2-6 july 2007. p. 283-284.

6 Крук, А.Е. Синтез нелинейных систем управления методом ортогональных проекций / А.Е. Крук // XVII Международный научно-технический семинар "Современные технологии в задачах управления, автоматике и обработки информации", Сб. науч. тр. г. Алушта, 2008 с. 79-80.

7 Крук, А.Е. Синтез непрерывных нелинейных систем управления при случайных воздействиях вариационным методом / А.Е. Крук // Научная сессия ГУАП: сб. докл.: в 3ч. Ч.1. ГУАП. СПб.: 2012. с. 86-87.

8 Крук, А.Е. Синтез нелинейных импульсных систем управления при случайных воздействиях методом ортогональных проекций / А.Е. Крук // Научная сессия ГУАП: сб. докл.: в 3ч. Ч.1. ГУАП. СПб.: 2012. с. 87-90.

9 Крук, А.Е. Синтез нелинейных импульсных систем управления при случайных воздействиях прямым вариационным методом / А.Е. Крук // XXI Международный научно-технический семинар "Современные технологии в задачах

управления, автоматизации и обработки информации", Сб. науч. тр. г. Алушта, 2012. с. 16.