

На правах рукописи

Грешневиков Константин Владимирович

ВОЗБУЖДЕНИЕ И РАСПРОСТРАНЕНИЕ УПРУГИХ ВОЛН В СЛОИСТЫХ  
ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ СТРУКТУРАХ

Специальность 01.04.03 – Радиофизика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Санкт-Петербург – 2015

Работа выполнена в Федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого» на кафедре радиофизики.

**Научный руководитель:**

**Черепанов Андрей Сергеевич**  
д. ф.-м. н., профессор, ФГАОУ ВО  
«Санкт-Петербургский политехнический  
университет Петра Великого»,  
кафедра радиофизики

**Официальные оппоненты:**

**Бисярин Михаил Александрович,**  
д. ф.-м. н., ведущий научный сотрудник,  
ФГБОУ «Санкт-Петербургский  
государственный университет»,  
кафедра радиофизики

**Муратиков Кирилл Львович,**  
д. ф.-м. н., ведущий научный сотрудник,  
ФГБУН «Физико-технический институт  
им. А. Ф. Иоффе РАН», Санкт-Петербург

**Ведущая организация:**

ФГБУН «Институт проблем машино-  
ведения РАН», Санкт-Петербург

Защита диссертации состоится «9» июня 2015 года в 15:30 на заседании совета по защите докторских и кандидатских диссертаций Д 212.238.08 при ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина) по адресу 197376, Санкт-Петербург, ул. Проф. Попова, 5.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке университета  
и на сайте [eltech.ru](http://eltech.ru)

Автореферат разослан «8» апреля 2015 года

Ученый секретарь совета Д 212.238.08  
по защите докторских и кандидатских диссертаций  
к. т. н., доц.

Е. А. Смирнов

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы.** В настоящее время в связи со все возрастающей труднодоступностью месторождений, разведанных взамен уже исчерпанных, наблюдается тенденция усложнения технологии добычи ископаемых углеводородов. Особое значение имеет разработка активно разведываемых обширных нефтегазовых запасов океанического шельфа. Бурение и эксплуатация скважин в условиях океана, особенно в зоне больших глубин, сильных подводных течений или ледяного покрова, сопряжено с повышенными экономическими и экологическими рисками.

Строящиеся нефтяные и газовые скважины подводного бурения состоят из большого числа соосных обсадных колонн (труб), зазоры между которыми заполняются водой или, для повышения прочности, цементируются. Процесс цементирования зазоров – один из наиболее сложных технологических этапов постройки скважины, и контроль его качества, равно как и дальнейший мониторинг состояния цементного камня на протяжении всего срока ее службы – одна из первостепенных практических задач на пути безопасного использования, предупреждения нештатных ситуаций и определения эксплуатационного ресурса скважины.

Выбор способов обследования скважин, обязательно неразрушающих, сильно сужается из-за труднодоступности многослойных структур, проникновение в которые возможно только по центральной трубе. В настоящее время наиболее распространено акустическое зондирование с различными механизмами возбуждения, например, электромагнитно-акустическая дефектоскопия. В общем случае такого рода задачи принципиально неразрешимы.

Несмотря на огромное число работ как по проблемам скважинной акустики, так и по теории оболочек и теории упругости в целом, специфика распространения упругих волн в подобных структурах исчерпывающе не описана. Существующие технические решения годятся не более чем для двух-трех труб. Попытки применить имеющиеся общие теории к конкретным частным случаям сталкиваются с большой сложностью общих подходов, необходимостью применения ресурсоемкого и дорогостоящего программного обеспечения и, наконец, с проблемой выявления общих, фундаментальных закономерностей на фоне множества второстепенных эффектов, от ситуации к ситуации проявляющихся различно и усложняющих наблюдения.

Таким образом, исследование осесимметричных упругих волн в многослойных цилиндрических системах с максимально возможным применением аналитических методов является актуальным для разработки нового поколения методик зондирования скважин и ряда других приложений.

**Цель работы.** Целью диссертационной работы является исследование распространения осесимметричных упругих волн в протяженных многослойных цилиндрических структурах, восстановление объемной структуры по откликам одностороннего зондирования на основе выбора наиболее вероятного из числа заранее изученных вариантов в том или ином сечении.

### **Задачи исследования:**

- Получение для одиночной протяженной цилиндрической оболочки кругового сечения качественных и количественных характеристик возбуждения и распространения осесимметричных упругих волн, длина которых соизмерима с радиусом оболочки.
- Нахождение дисперсии и толщины «скин-слоя» для осесимметричных упругих волн, локализованных вблизи цилиндрической границы двух однородных сред – поверхности стержня или полости кругового сечения.
- Разработка алгоритма расчета отклика многоколонной структуры при конкретном виде возбуждения для произвольного взаимного расположения источника возбуждения и датчика внутри центральной трубы.
- Нахождение различий в сигналах отклика от структур, в которых варьируется только материал заполнения внешнего межтрубного промежутка, на конкретном примере расчета пятиколонной системы.
- Формирование рекомендаций к процедурам обработки сигналов акустического обследования многоколонных конструкций.
- Изучение влияния перехода от одной конфигурации сечения слоистой осесимметричной структуры к другой на отраженные ею волны.
- Выявление отличия в откликах перехода от одной конфигурации сечения протяженной структуры к другой и сосредоточенной неоднородности (поперечного включения) на участке постоянного сечения.

**Основные методы исследования.** В ходе решения граничных задач классическими методами математической физики в цилиндрической системе координат применяются пространственное преобразование Фурье вдоль оси симметрии (разложение на конические волны) и метод комплексных амплитуд для описания переменных составляющих компонент вектора смещения и тензора напряжений. Данная работа вносит определенный вклад в развитие радиофизических подходов применительно к задачам акустики и теории упругости: разработан модифицированный аналог коэффициентов отражения, используемых в теории длинных линий; применена формула Кирхгофа, известная как приближенное решение задачи о поле за экраном с отверстием. Проверка адекватности полученных аналитических результатов осуществлялась путем сравнения с известными из литературы частными случаями, результатами вычислений при помощи программных пакетов, а также с экспериментальными данными, полученными на лабораторной установке.

**Научная новизна** результатов диссертационной работы заключается в следующем:

- Для нулевой моды антисимметричной волны Лэмба в случае пренебрежимо тонкой стенки получены наглядные аналитические выражения для дисперсионной зависимости фазовой скорости от частоты и спектральных распределений смещения точек цилиндрической оболочки из недеформированного состояния при кольцевом возбуждении.

- В следующем приближении при учете конечной толщины стенки аналитически выделена ветвь дисперсионной кривой, соответствующая нулевой моде симметричной волны Лэмба в цилиндрической оболочке.
- Для тонкостенной цилиндрической оболочки исследованы низкочастотные резонансы, описан асимптотический смысл одного из них для оболочки с конечной толщиной стенки; определены физические закономерности формирования высоты основного тона звучания.
- Доказана невозможность распространения вдоль обсадных колонн скважин низкочастотных поверхностных волн, а также волн SH-поляризации при осесимметричном возбуждении.
- Разработана методика расчета радиального распространения упругих волн в осесимметричной многослойной структуре на основе моделей длинных линий.
- Показана целесообразность применения формулы Кирхгофа для исследования акустических откликов от протяженной структуры со скачком отражающих свойств в некотором сечении.
- С использованием частотного представления сделана аналитическая оценка точности локализации поперечной неоднородности при зондировании протяженной структуры.
- Выделены отличия откликов в случае скачкообразного изменения конфигурации сечения протяженной структуры и в случае сосредоточенной неоднородности на участке постоянного сечения.

#### **Основные положения, выносимые на защиту:**

- Для тонкостенной цилиндрической оболочки в низкочастотной области существуют две специфические частоты, связанные с резонансом оболочки как целого и резонансом каждого отдельного сечения как кольца. Квазибиениями этих частот определяется основной тон звучания протяженной оболочки такого типа.
- На частотах ниже отсечки высших мод все особенности дисперсии собственных волн в стенке кругоцилиндрической оболочки приближенно описываются бикубическим уравнением. Пара вещественных корней разного знака этого уравнения описывает нулевую моду антисимметричной волны, а одна из двух других пар, в первом приближении комплексно сопряженных, начиная с области специфических частот – нулевую моду симметричной волны, следующую по порядку малости по сравнению с антисимметричной в случае тонкой стенки.
- Дополнительным преимуществом низкочастотного зондирования с осесимметричным возбуждением является невозможность распространения в этом диапазоне поверхностных волн и волн SH-поляризации, которые могли бы уносить энергию зондирующего импульса из зоны обследуемого сечения структуры.
- С точки зрения определения материала заполнения внешних слоев многоколонных конструкций при акустическом зондировании наиболее

информативно комбинирование частотной и временной фильтрации сигналов, причем оптимальная последовательность операций определяется такими факторами, как стабильность источника, уровень помех и т.п.

- Акустические отклики перехода от одной конфигурации сечения к другой и сосредоточенной неоднородности на участке постоянного сечения при продольном зондировании протяженной конструкции отличаются видом соответствующих им пространственно-временных профилей: в первом случае ветви гиперболоподобных кривых «отклика перехода» будут пропорционально-антисимметричны относительно вершины (координаты перехода), а во втором – пропорционально-симметричны.

**Практическая ценность работы,** стимулированной задачей разработки методик и построения принципиально новых средств акустического обследования нефте- и газодобывающих скважин подводного бурения с многоколонной конструкцией, оказалась значительно шире. Теоретические результаты, полученные для осесимметричных упругих волновых процессов в стенке протяженной цилиндрической оболочки кругового сечения, являются универсальными и могут быть использованы в любых приложениях, так или иначе связанных с подобными объектами, например, в музыкальной акустике. По аналогии с данной работой формула Кирхгофа может быть применена к расчету акустического отклика в широком классе задач различной геометрии.

**Достоверность результатов работы** обеспечивается корректностью постановки задач, использованием классического аппарата математической физики и других апробированных методов решения задач о распространении волн (формула Кирхгофа, аппарат коэффициентов отражения в длинных линиях), логической обоснованностью выводов и хорошим согласием вычисленных зависимостей с известными из литературы частными случаями, результатами компьютерного моделирования и экспериментальными данными.

**Личный вклад автора.** Основные результаты работы получены лично автором и опубликованы в соавторстве с научным руководителем. Научному руководителю принадлежит постановка задачи и определение направления исследования. Анализ и интерпретация основных полученных результатов выполнены лично автором.

**Апробация работы.** Основные результаты работы были доложены на следующих конференциях:

- Научно-практическая конференция «Научные исследования и инновационная деятельность» (Санкт-Петербург, 2011);
- Международная научно-практическая конференция «XL Неделя науки СПбГПУ» (Санкт-Петербург, 2011);
- XV Всероссийская научная конференция студентов-радиофизиков (Санкт-Петербург, 2011);
- NDT days / Дни на безразрушительный контроль (Болгария, 2013);

Кроме того:

- Научно-исследовательская работа по программе «УМНИК» Фонда содействия развитию малых форм предприятий в научно-технической сфере;
- Выступление на городском семинаре по теоретической и вычислительной акустике (Институт Проблем Машиноведения РАН, Санкт-Петербург, 2014).

**Публикации.** По теме диссертационной работы опубликовано 6 работ, в том числе 2 статьи в журналах перечня ВАК и 4 материала научно-практических конференций.

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы, включающего 75 наименований, и одного приложения. Основная часть работы изложена на 143 страницах машинописного текста. Работа содержит 25 рисунков и 5 таблиц.

### КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** обоснована актуальность темы диссертации, сформулированы ее цели и задачи, показана практическая значимость и научная новизна полученных результатов, определены основные положения и результаты, выносимые на защиту.

**В первой главе** с использованием метода комплексных амплитуд для граничной задачи (условия равенства нулю на обеих лицевых поверхностях компонент тензора напряжений  $\sigma_{\rho\rho}$  и  $\sigma_{\rho z}$ ) с однородным уравнением Ламе из условия существования нетривиального решения найдена дисперсионная зависимость для осесимметричных упругих волн малых амплитуд в протяженной цилиндрической оболочке кругового сечения в вакууме.

В пределе стремления толщины стенки к нулю аналитически исследована асимптотика нулевой моды антисимметричной («трубной») волны, аналогичной волне Лэмба в плоском слое и являющейся в этом идеализированном случае единственно возможной. Для этой волны впервые найдено явное выражение дисперсионной зависимости фазовой скорости распространения вдоль оси системы от частоты, которое для реальных оболочек с конечной толщиной стенки хорошо соответствует точному решению почти всюду, а в остальных случаях имеет асимптотический смысл:

$$V_{ph1}(\omega) = \sqrt{\frac{E}{\rho_0}} \sqrt{\frac{R^2 \omega^2 \rho_0 - E}{R^2 \omega^2 \rho_0 (1 - \nu^2) - E}}, \quad (1)$$

где  $\omega = 2\pi f$  ( $f$ , Гц – частота);  $\nu$  – коэффициент Пуассона,  $\rho_0$ , кг/м<sup>3</sup> – плотность,  $E$ , Н/м<sup>2</sup> – модуль Юнга материала стенки;  $R$ , м – радиус оболочки.

Обнаружена область нераспространения такой волны, лежащая между двумя специфическими частотами («кольцевой» и «трубный» резонансы), и диапазон невозможных фазовых скоростей (рисунок 1). Показано, что при коэффициенте Пуассона, равном нулю, эти особенности пропадают.

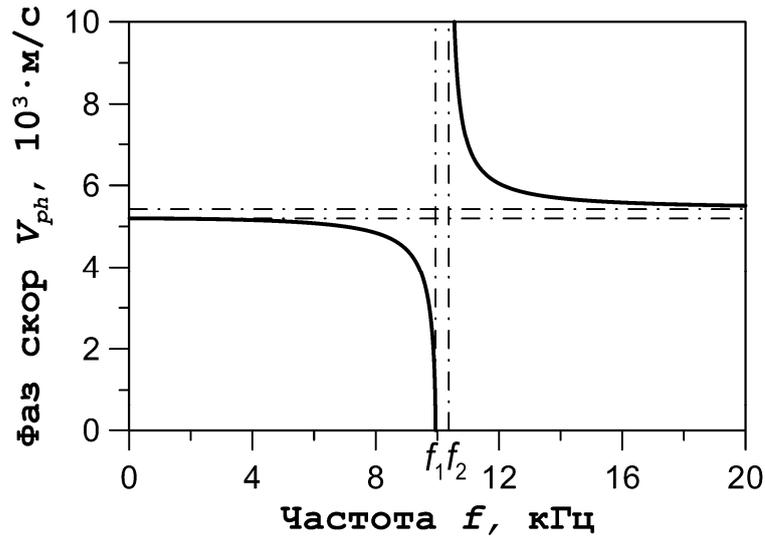


Рисунок 1. Дисперсионная кривая для цилиндрической оболочки с пренебрежимо малой толщиной стенки из углеродистой стали.  $R = 83,2$  мм. Штрих-пунктиром отмечены границы полос нераспространения  $\Delta f_{\text{запр}}$  и невозможных фазовых скоростей.

Путем решения граничной задачи с неоднородным уравнением Ламе

$$V^2 \text{grad div} \mathbf{U} - C^2 \text{rot rot} \mathbf{U} + \omega^2 \mathbf{U} = -\mathbf{f}_{\text{ст}} / \rho_0,$$

в правую часть которого входит внешняя погонная сила, приложенная к тонкому кольцу, расположенному осесимметрично в толще стенки оболочки

$$\mathbf{f}_{\text{ст}}(\rho, z) = \mathbf{e}_\rho F_\rho \delta(z) \delta(\rho - r_a),$$

в пределе стремления толщины стенки  $h$  к нулю аналитически получены спектральные распределения радиальной  $u_\rho$  и осевой  $u_z$  компонент вектора смещения точек оболочки из недеформированного состояния на произвольном удалении от возбуждаемого сечения  $z$  (рисунок 2, а, б):

$$u_\rho(\omega, z) = \frac{iF_\rho R^2 \omega v^2 \rho_0 V_{ph} \exp(-i\omega|z|/V_{ph_1})}{2h(R^2 \omega^2 \rho_0 - E)^2}, \quad u_z(\omega, z) = -\frac{F_\rho R v \exp(-i\omega|z|/V_{ph_1})}{2h(R^2 \omega^2 \rho_0 - E)}.$$

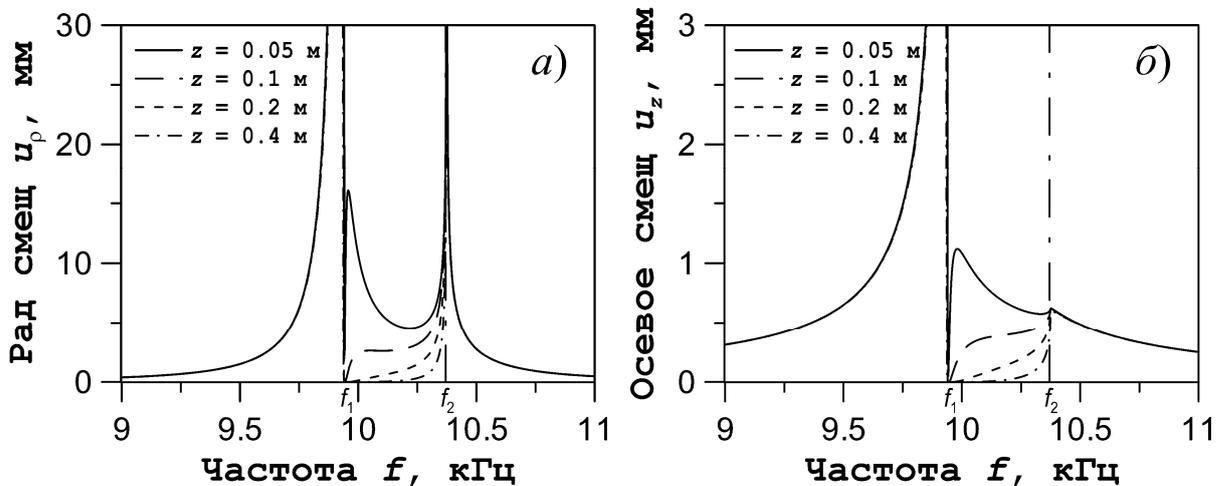


Рисунок 2. Спектральные распределения модулей комплексных амплитуд радиальной  $u_\rho$  (а) и осевой  $u_z$  (б) компонент смещения из недеформированного состояния точек тонкостенной ( $h \rightarrow 0$ ) оболочки из углеродистой стали в четырех различных сечениях.  $h = 1$  мм

В этих соотношениях  $F_p$ , Н/м – комплексная амплитуда силы, приходящейся на единицу длины окружности сечения,  $r_a$ , м – радиус кольца, в котором действует сила,  $\delta(x)$  – дельта-функция Дирака,  $\omega = 2\pi f(1 - i\eta)$  – круговая частота, где  $\eta$  – коэффициент диссипативных потерь,  $V_{ph}$ , м/с определяется формулой (1). В полученных формулах взято  $r_a = R$  еще до устремления толщины стенки  $h$  к нулю – оболочка возбуждается изнутри. Это обеспечивает корректность приложения объемной силы к тонкой оболочке, а приближенные формулы (при  $h \rightarrow 0$ ) сохраняют свою применимость к антисимметричной волне и в реальной оболочке всюду, за исключением, для радиальной компоненты, самого сечения возбуждения (в этом случае во избежание математического парадокса ширина пояса возбуждения и/или толщина стенки должны выбираться конечными).

С помощью полученных зависимостей рассчитана эпюра радиальной компоненты смещения во временной области при возбуждении коротким импульсом заданной формы (в примере – Гауссов импульс с постоянной времени  $\tau$  и максимальным значением  $A$ , рисунок 3). Полученное колебание близко по форме к биениям двух найденных резонансных частот, разницей которых определяется высота звучания протяженного трубчатого колокола.

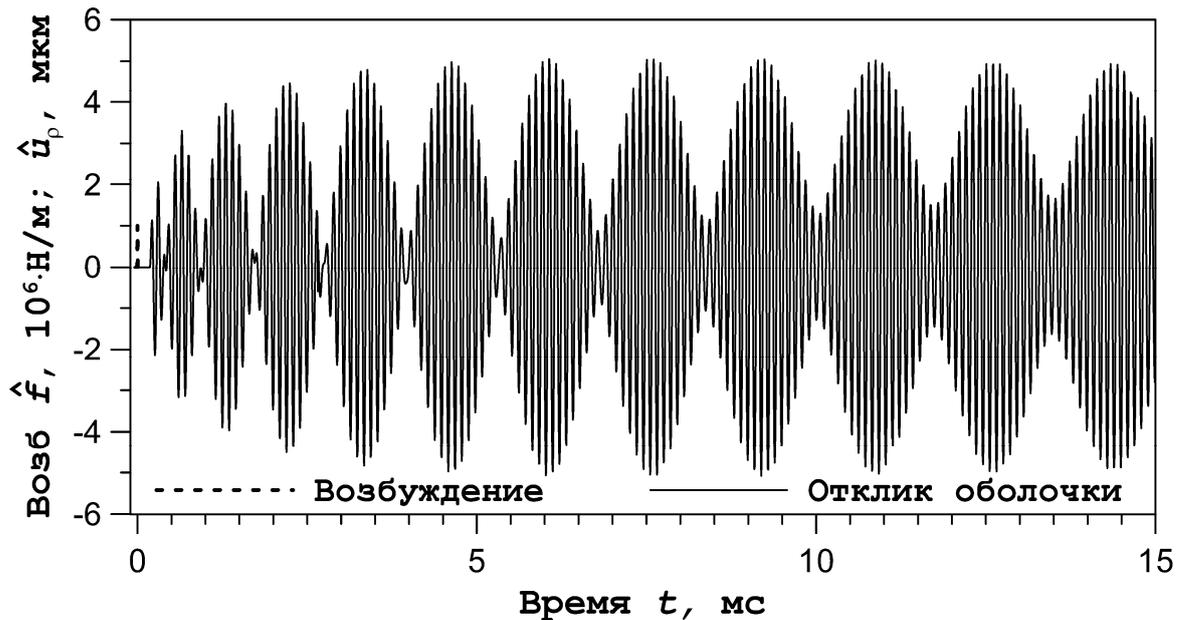


Рисунок 3. Временная зависимость гауссова импульса возбуждения  $\hat{f}$ , МН/м с параметрами  $A = 10^6$  Н/м и  $\tau = 10^{-6}$  с (пунктир) и отклика на него цилиндрической оболочки  $\hat{u}_p$ , мкм, на расстоянии  $z = 1$  м (сплошная линия); по оси абсцисс – время  $t$ , мс

В случае конечной толщины стенки (цилиндрические функции в граничных условиях раскладываются в ряды Тейлора с удержанием такого числа членов, чтобы малый параметр вошел в дисперсионное уравнение в явном виде) также получен ряд новых аналитических результатов.

Получено приближенное дисперсионное уравнение, описывающее, как оказалось, с большой точностью все специфические эффекты для длин волн, превышающих толщину стенки. Поскольку полученное уравнение имеет вид

бикубического, вопрос аналитического нахождения дисперсионных кривых для всего диапазона низких частот принципиально решен.

Найдено приближенное аналитическое решение бикубического дисперсионного уравнения, выделены основная часть и поправка для двух корней, соответствующих распространяющимся модам. Основная часть выражения для одного корня (2) идентична решению задачи в тонкостенном приближении (1). В выражении для другого основная часть (3) по виду зависимости от толщины стенки и частоты соотносится с известной из литературы дисперсионной зависимостью для мембранной волны в плоской пластине (нулевой моды симметричной волны Лэмба). В пределе стремления радиуса оболочки или частоты к бесконечности данная зависимость сводится к зависимости в плоской пластине с точностью до коэффициента.

$$\zeta_1 = \vartheta \sqrt{\frac{\vartheta^2 - 1}{\vartheta^2 - 1 + \nu^2}}, \quad (2)$$

$$\zeta_2 = 2\sqrt{d\sqrt{2(\vartheta^2 - 1 + \nu^2)}}, \quad (3)$$

где  $d = 2h/R$ ; выражения (2) и (3) даны в безразмерных волновых числах:

$$\zeta_{1,2} = \frac{\omega R}{V_{ph_{1,2}}}, \quad \vartheta = \frac{\omega R}{c_s}, \quad \text{где } c_s = \sqrt{\frac{E}{\rho_0}} \sqrt{\frac{1}{1 - \nu^2}} = V_{ph_1}(\omega)|_{\omega \rightarrow \infty}, \quad \text{см. формулу (1).}$$

Особые точки функции (2) (низкочастотные резонансы оболочки):  $\zeta_1 \rightarrow \infty$  ( $V_{ph_1} = 0$ ) при  $\vartheta_1 = 1 - \nu^2$  («кольцевой»),  $\zeta_1 = 0$  ( $V_{ph_1} \rightarrow \infty$ ) при  $\vartheta_2 = 1$  («трубный»). Второй резонанс хорошо известен из литературы как нижняя частота синфазных осесимметричных колебаний тонкостенной оболочки по всей длине; первый для реальной оболочки является квазирезонансом, а в случае бесконечно тонкой стенки является резонансом каждого сечения как свободного тонкого кольца. Оба значения совпадают с известными из литературы решениями классических задач на поиск собственных частот осесимметричных (радиальных) колебаний тонкого кольца и тонкостенной оболочки.

Аналитически показано, что мембранная волна представляет собой явление следующего порядка малости по сравнению с трубной волной по параметру, равному отношению толщины стенки к радиусу центральной линии сечения. Даны рекомендации по выбору числа членов ряда Тейлора, необходимого для описания всех волн в конкретном диапазоне частот.

Показано хорошее согласие численных решений исходного (трансцендентного) и приближенного (бикубического) дисперсионных уравнений всюду, а приближенного аналитического решения бикубического с двумя предыдущими – всюду, за исключением области кольцевого резонанса для тонкостенной оболочки с таким же радиусом центральной линии сечения. Область существенных ошибок, вызванных аномальным возрастанием поправки, сужается с уменьшением толщины стенки оболочки. При этом установлено, что именно в данной области частот оболочка возбуждается с наибольшей интенсивностью, а групповая скорость распространяющейся волны минимальна.

Численно получена зависимость сдвига частоты трубного резонанса от относительной полутолщины стенки при неизменном радиусе центральной линии сечения. Она показывает связь решений двух независимых классических задач о собственных частотах цилиндрической оболочки и сплошного стержня. В случае стержня речь по-прежнему идет о первой высшей моде.

**Во второй главе** численно найдена дисперсионная зависимость для краевой задачи, подобной рассмотренной в главе 1, но с одной цилиндрической границей. Для нее записан общий вид дисперсионного уравнения:

$$2\alpha_1(\alpha_2^2 + \zeta^2) - [(\alpha_2^2 - \zeta^2)^2 \Psi(\alpha_1) + 4\alpha_1\alpha_2\zeta^2 \Psi(\alpha_2)] = 0,$$

где  $\zeta = \beta R$ ,  $\alpha_{1,2} = \gamma_{1,2} R$ ;  $\gamma_{1,2} = \sqrt{k_{1,2}^2 - \beta^2}$ ,  $k_1 = \omega/V$ ,  $k_2 = \omega/C$  – волновые числа для продольных и поперечных волн;  $\beta$  – постоянная распространения вдоль  $z$ . В случае стержня в уравнение входит функция  $\Psi(\alpha) = \Psi_J(\alpha) = J_0(\alpha)/J_1(\alpha)$  (получается уравнение, известное под именами Похгаммера-Кри); в случае полости, служащей приближением внутренней поверхности трубы с достаточно толстой стенкой с точки зрения распространения по ней упругих волн, –

$$\Psi(\alpha) = \Psi_{H_2}(\alpha) = H_0^{(2)}(\alpha)/H_1^{(2)}(\alpha) = -iK_0(|\alpha|)/K_1(|\alpha|) = -i\Psi_K(|\alpha|),$$

где  $J_{0,1}$ ,  $H_{0,1}^{(2)}$ ,  $K_{0,1}$  – цилиндрические специальные функции Бесселя, Ханкеля второго рода и Макдональда соответственно. Для осесимметричных упругих волн на поверхности цилиндрической полости кругового сечения построены нормированные семейства дисперсионных зависимостей фазовой скорости  $U_{ph}$  (рисунок 4, а) и ненайденных в литературе зависимостей относительной глубины проникновения упругой волны в толщу окружающего полость материала  $h_s$  (рисунок 4, б) при различных значениях его коэффициента Пуассона  $\nu$  от нормированного произведения радиуса кривизны и частоты  $\xi$ . Затухание волны при удалении от поверхности определяется по уровню  $1/e$ ;

$$\xi = R\omega/C, \quad U_{ph} = V_{ph}/C, \quad h_s = (\rho_s - R)\omega/C.$$

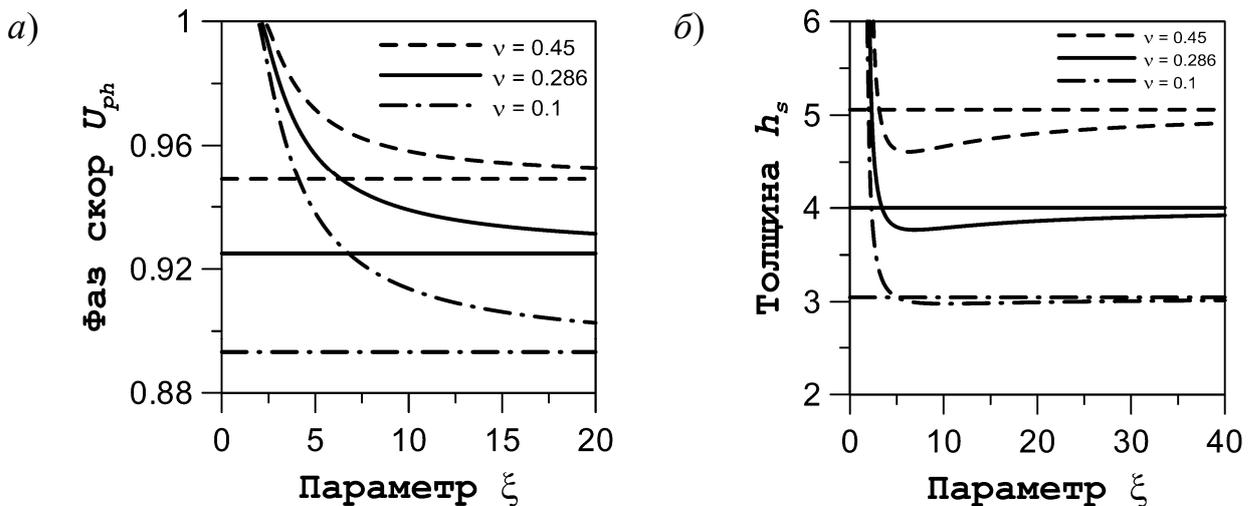


Рисунок 4. Семейство зависимостей безразмерных фазовой скорости (а) и толщины «скин-слоя» (б) от радиуса кривизны полости, умноженного на частоту, для трех значений коэффициента Пуассона (0,1; 0,286; 0,45). Асимптотики – значения для аналогичных материалов в случае волны Рэлея на плоской границе полупространства и вакуума.

Произведено качественное сравнение рассчитанной дисперсии упругих волн на поверхности цилиндрической полости с известными из литературы дисперсией волн в бесконечном цилиндрическом стержне в вакууме и бездисперсионным поведением классической волны Рэлея на плоской границе раздела упругой среды и вакуума. Отмечено наличие области нераспространения волн на полости на низких частотах или при малых радиусах кривизны. Численно найдена зависимость критического значения нормированного произведения радиуса кривизны и частоты от значения коэффициента Пуассона материала, окружающего полость.

Установлено, что, как и в случае оболочки, коэффициент Пуассона – единственный упругий параметр для всех исследованных зависимостей.

Впервые указано, что на глубинах, соответствующих толщине стенок реальных обсадных колонн скважин, низкочастотные осесимметричные поверхностные упругие волны спадают незначительно. Это позволяет говорить о невозможности возникновения поверхностных волн при осесимметричном возбуждении скважин на низких частотах: стенки труб слишком тонкие. С точки зрения акустического зондирования протяженных конструкций сложного поперечного строения указанное обстоятельство благоприятно, так как в противном случае такие волны могли бы уносить из обследуемого сечения значительную часть энергии импульса возбуждения, не затрагивая «дальние» слои.

**В третьей главе** исследуются осесимметричные упругие волны в протяженной системе коаксиальных цилиндрических оболочек с промежутками, заполненными жидкими или твердыми материалами (многослойная радиальная структура). Для упрощения процедуры расчета путем составления краевых условий на всех границах раздела, разработан аналог известного в электротехнике аппарата коэффициентов отражения в длинных линиях. В соответствии с этим принципом влияние каждого внешнего слоя на слой, лежащий ближе к центру, описывается путем введения коэффициентов, характеризующих отражение всех возможных конических волн (продольных, поперечных; с фазой, отсчитываемой как к центру, так и от центра) от границы этих двух слоев с внутренней стороны.

Последовательно уменьшая число слоев и решая системы из восьми, а чаще из шести уравнений, вместо одной системы из нескольких десятков уравнений (к примеру, для 10-слойной системы, см. рисунок 5), можно преобразовать исходную задачу к эквивалентной системе, где возбуждаемая цилиндрическая оболочка соприкасается с внешней областью, считающейся однородной. Приложение вынуждающей объемной силы рассчитывается отдельно подобно тому, как это было сделано в главе 1, только в этом случае оболочка считается помещенной в среду (добавляются граничные условия на радиальную компоненту вектора смещения) и имеет конечную толщину, а «кольцо возбуждения», как и прежде, прижато к внутреннему радиусу.

В итоге с помощью построения некоторого вычислительного алгоритма (формула в явном виде была бы слишком громоздка) решена задача об отклике структуры, соответствующей, к примеру, конструкции участка постоянного сечения нефтяных и газовых скважин подводного бурения.

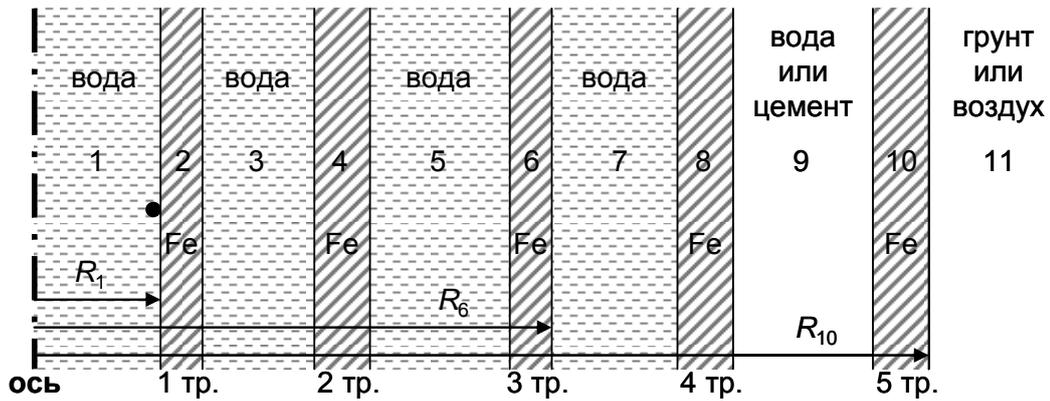


Рисунок 5. Радиально-продольный разрез многоколонной конструкции постоянного сечения.

Для случая пяти обсадных колонн с двумя возможными материалами заполнения внешнего межтрубного промежутка (вода/цемент) получены частотные (рисунок 6, а, б) и временные (при заданной форме возбуждения в виде полуволны  $\sin$  с периодом  $T = 80$  мкс, рисунок 6, в, г) зависимости отклика в двух сечениях при возбуждении и приеме упругих волн вблизи оси системы.

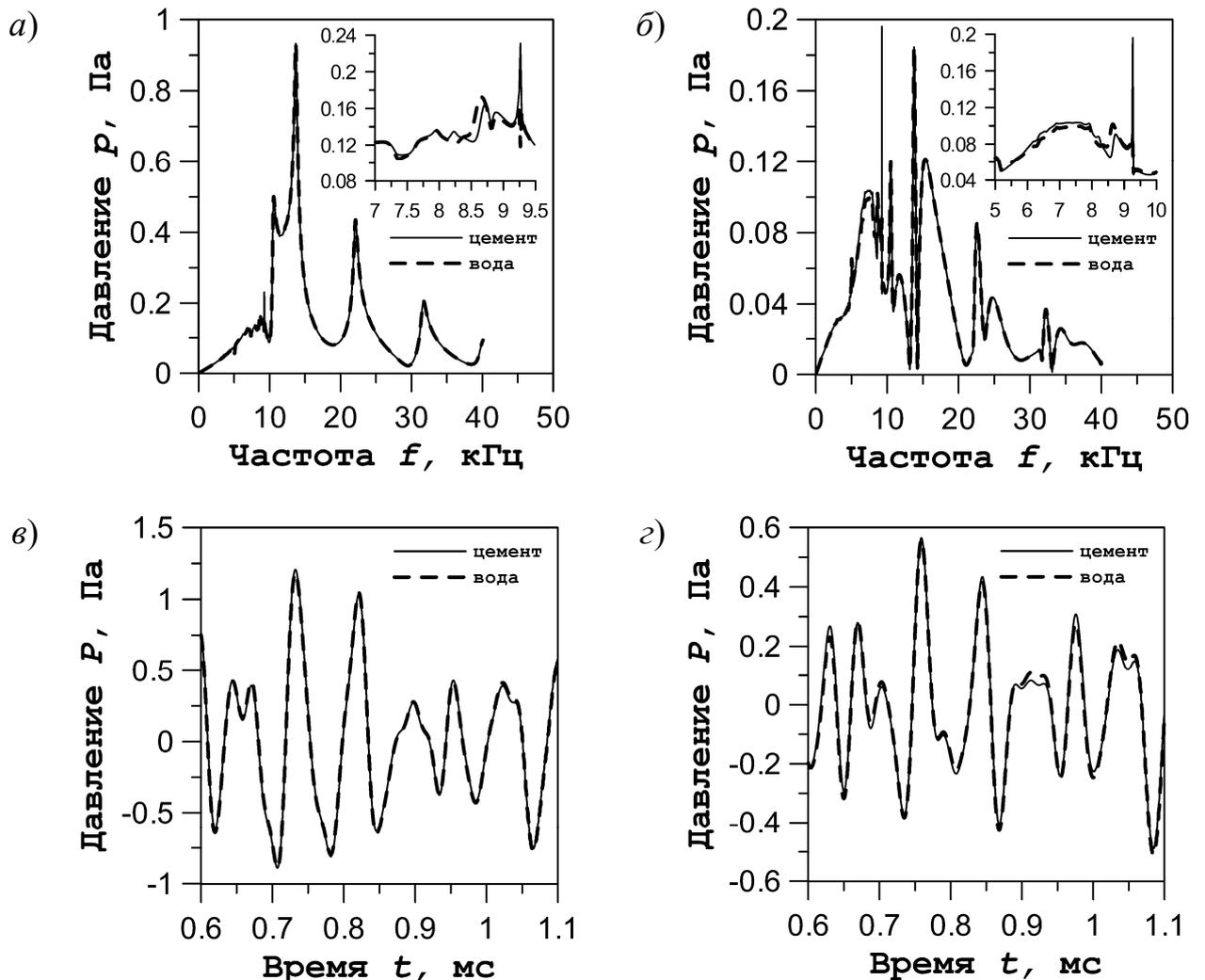


Рисунок 6. Спектральные распределения  $p$  (а, б) и зависимости от времени  $P$  (в, г) давления на датчике при удалении от возбуждаемого сечения  $z = 0$  (а, в) и  $z = 30$  см (б, г). Сплошная линия соответствует заполнению внешнего межтрубного промежутка цементом, пунктир – водой. На врезках показаны диапазоны частот, в которых различия наиболее заметны.

Можно видеть, что различия в откликах от структур с различным заполнением должны наблюдаться и быть наиболее заметными не в самом сечении возбуждения, а на удалении от него порядка нескольких радиусов внутренней трубы. При обработке данных зондирования участка скважины неизвестного строения эти расчетные «эталонные» зависимости могут быть вовлечены в осуществление выбора в пользу одного или другого возможного варианта и, тем самым, определения вида объемной структуры неразрушающим и экологически безопасным методом.

Как во временной области, так и в частотной, значительная часть отклика совпадает для случая обеих ситуаций и, соответственно, не несет существенной информации об интересующем слое. Выдвинут тезис об оптимальности обработки, совмещающей как выбор временных окон, так и частотную фильтрацию. Порядок этих двух операций над сигналом зависит от внешних факторов (уровня помех, характеристик аппаратуры и т. п.).

Поскольку вставленные друг в друга соосные трубы с заполненными промежутками являются сложной системой из нескольких связанных резонаторов, «настроенных» каждый на свою область частот, делается заключение в пользу целесообразности использования спектральных методов обследования таких структур, нежели резонансных.

В спектрах откликов многотрубной системы на любом удалении от возбуждения замечено подобие участков на частотах выше резонанса внутренней трубы. Выдвинута гипотеза, что так проявляются комбинационные взаимодействия волн в различных парах труб, вероятнее всего, соседних.

**В четвертой главе** получен ряд оригинальных результатов в отношении влияния на принимаемый зондом акустический отклик каких-либо изменений в структуре (система, неоднородная вдоль оси), например границы участков постоянного сечения (рисунок 7). При этом с целью выявления основных черт проявления таких переходов проводится расчет более простой плоской системы (пренебрегая цилиндричностью), в которой к тому же любые внутренние (глубинные) изменения упругих или геометрических параметров сказываются только на отражающих свойствах лицевой поверхности.

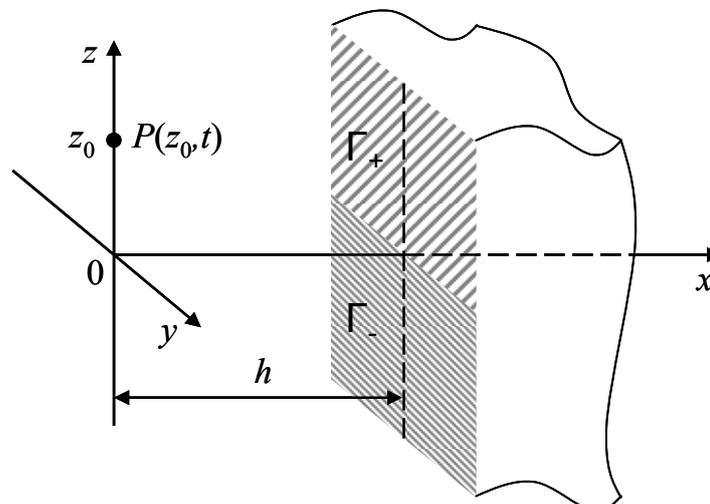


Рисунок 7. Геометрия задачи о влиянии поперечной границы на отраженный сигнал

Для простоты вычислений отражающие свойства описываются путем введения коэффициентов, меняющихся скачкообразно и не зависящих как от угла падения, так и от частоты (берутся типичные средние значения). Такой подход в задачах акустики применяется впервые, тогда как в задачах электродинамики он широко известен.

В такой упрощенной постановке для сигнала зонда (источник возбуждающих импульсов, совмещенный с приемником), перемещаемого в акустической среде на некотором постоянном расстоянии от плоской поверхности со скачкообразным изменением отражающих свойств, с помощью формулы Кирхгофа (вариант Рэлея) произведен аналитический расчет.

Самым компактным выражение получается при возбуждении вида  $\delta(t)$  :

$$P_{\delta}(t) = \frac{A}{2h} \Gamma(z_0) \delta(t - a) + \frac{l(t - b_0) \cdot 4A(\Gamma_- - \Gamma_+)z_0 h}{\pi c^3 t(t^2 - a^2) \sqrt{t^2 - b_0^2}}, \text{ где } a = \frac{2h}{c}, b_0 = \frac{2\sqrt{h^2 + z_0^2}}{c},$$

$\Gamma(z_0 < 0) = \Gamma_-$ ,  $\Gamma(z_0 > 0) = \Gamma_+$ ,  $l(x)$  – функция Хэвисайда,  $c$  – скорость звука в среде слоя  $0 < x < h$ . Это сумма двух наглядно интерпретируемых слагаемых:

1) исходного импульса, задержанного на время  $a$  двойного пробега волны от зонда до ближайшей точки поверхности (малоинформативный «отклик поверхности»), пропорционального коэффициенту отражения в этой точке;  
2) более сложного сигнала, задержка которого определяется временем  $b_0$  двойного пробега до ближайшей точки границы изменения отражающих свойств («отклик перехода»). Показано, что первое вступление этой составляющей на пространственно-временных профилях имеет форму гиперболы

$$c^2 t^2 = 4(z^2 + h^2),$$

вершина которой находится напротив границы изменения отражающих свойств. Это хорошо согласуется с известным в сейсмике решением простейшей задачи миграции об изображении точечного объекта при одномерном сканировании и очевидными геометрическими построениями.

На примере возбуждения структуры реальным сигналом сложной формы показано, что отклик перехода в целом повторяет форму возбуждающего сигнала с задержкой и некоторыми искажениями, тем большими, чем дальше позиция зондирования от плоскости, нормальной к поверхности и проходящей через линию скачка отражающих свойств (рисунок 8, а, б).

С помощью асимптотического исследования формулы для сигнала отклика в частотном представлении аналитически получена оценка точности локализации границы в зависимости от соотношенного с длиной волны  $\lambda = 2\pi c / \omega$  расстояния между зондом и обследуемой поверхностью  $h$  (рисунок 9 а, б). В некотором смысле найден аналог зоны Френеля для акустики:

$$\Delta z = \sqrt{\lambda h}.$$

Показано, что, несмотря на внешнюю схожесть, сигналы отклика плоской поверхности со скачком отражающих свойств и с сосредоточенной неоднородностью подобной конфигурации на глобально-однородном участке имеют принципиальные отличия: в случае границы ветви «отклика перехода» будут пропорционально-антисимметричны, а в случае неоднородности – пропорцио-

нально-симметричны. Приведен пример построения простого алгоритма различения глобальной границы отражающих свойств поверхности и сосредоточенной неоднородности в форме узкой поперечной полосы по сигналу отклика.

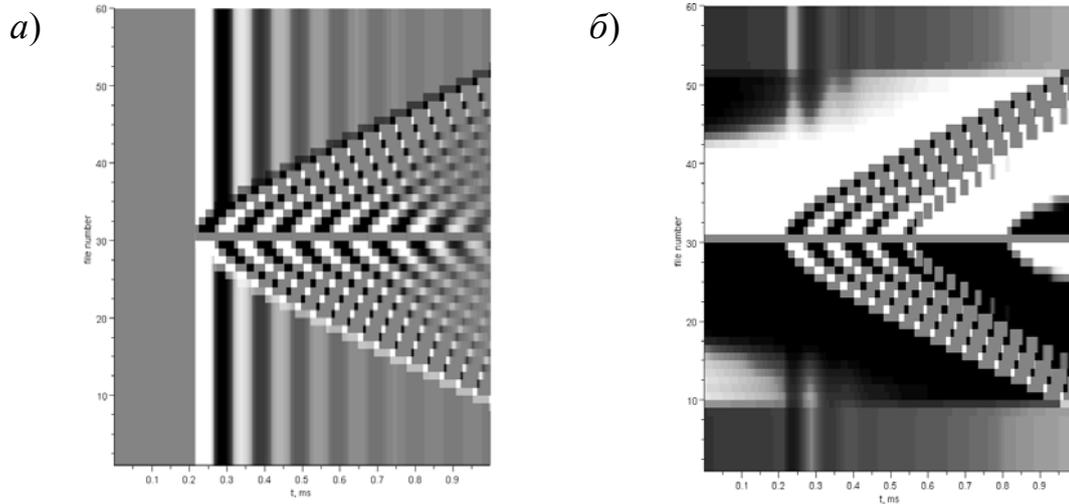


Рисунок 8. Расчетные профили, соответствующие отклику поверхности со скачком отражающих свойств: исходный (а) и с вычтенным средним значением (б).

По оси абсцисс – время, по оси ординат – положение зонда.

Уровень сигнала отображен яркостью: белый и черный – максимумы разного знака.

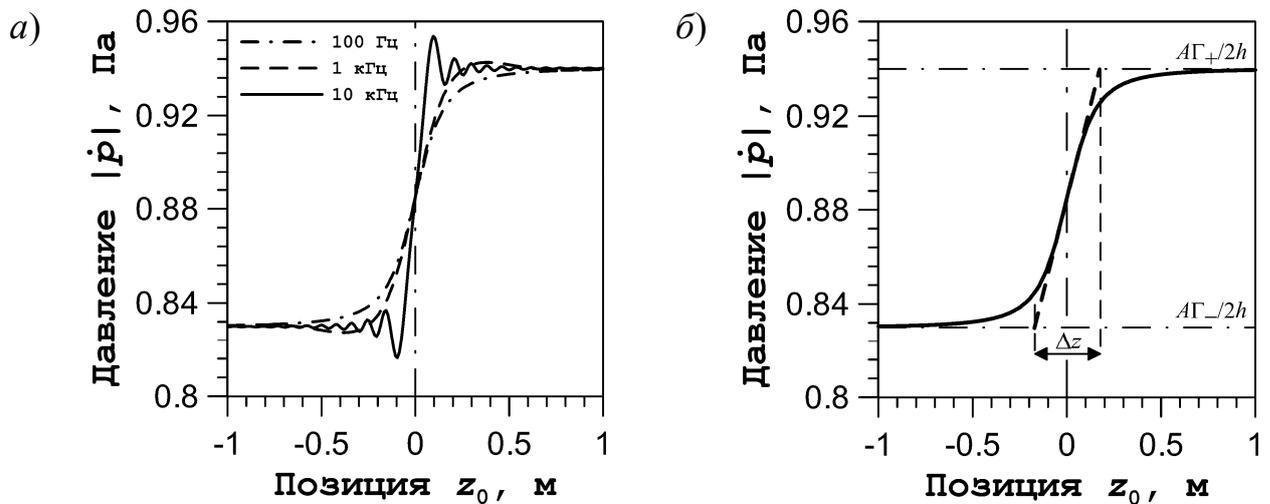


Рисунок 9. Зависимость амплитуды принимаемого гармонического сигнала  $|\dot{p}|$  от координаты положения системы  $z_0$  для трех значений частоты (а) и определение ширины переходной области на примере рассчитанной кривой при  $f = 100$  Гц (б)

Путем сравнения с результатами численного моделирования в программных пакетах, где реализован метод конечных элементов, и с экспериментальными данными, полученными на образце отрезка скважины в натуральную величину, показано, что цилиндричность системы в данном случае не играет существенной роли, и приближенные вычисления в более простом «плоском» случае годятся также для качественного и, с небольшой поправкой, количественного описания исходной системы соосных труб.

**В заключении** сформулированы основные выводы и результаты диссертационной работы.

## Основные результаты диссертационной работы

- Для протяженной тонкостенной однослойной оболочки в аналитическом виде получены дисперсионная зависимость и спектральные распределения комплексных амплитуд компонент вектора смещения точек оболочки из недеформированного состояния на произвольном удалении от сечения, осесимметрично возбуждаемого с равномерным спектром; проанализированы низкочастотные резонансы и выявлены физические особенности формирования основного тона звучания как квазибиений двух специфических частот.
- Получено приближенное бикубическое уравнение, качественно описывающее дисперсию осесимметричных волн в протяженной цилиндрической оболочке во всем низкочастотном диапазоне; аналитически показано, что симметричные моды волны Лэмба в тонкостенной оболочке являются эффектом следующего порядка малости по сравнению с антисимметричными.
- Проанализирована структура поверхностных упругих волн на цилиндрической границе. Показано, что на низких частотах вдоль стенок оболочек такие волны распространяться не могут, и, таким образом, осесимметричные колебания этого диапазона представляются предпочтительными для зондирования многослойных протяженных структур вращения, так как в этом случае энергия не может уходить из обследуемого сечения в виде поверхностных волн.
- Для расчета распространения осесимметричных упругих волн в радиальном направлении в многослойной протяженной цилиндрической структуре предложен и применен алгоритм вычисления коэффициентов отражения, аналогичный используемому в теории длинных линий.
- Во временном и частотном представлениях показаны отличия в сигналах отклика однородных по длине пятиколонных структур, варьирующихся только заполнением внешнего межтрубного промежутка (вода, цемент).
- Путем применения формулы Кирхгофа к задаче об акустическом отклике при зондировании протяженной кусочно-однородной структуры показано, что цилиндрическая геометрия в отношении этих эффектов не является определяющей и при расчете может быть заменена плоской.
- Акустические отклики перехода от одной конфигурации сечения к другой и сосредоточенной неоднородности на участке постоянного сечения протяженной конструкции могут быть различены по виду соответствующих им пространственно-временных профилей: в первом случае ветви гиперболоподобных кривых «отклика перехода» пропорционально-антисимметричны относительно вершины, а во втором – пропорционально-симметричны.

## ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

**Публикации в периодических изданиях, рекомендованных ВАК РФ:**

1. Грешневи́ков, К. В. Распространение аксиально-симметричных упругих волн в стенке бесконечного однослойного тела вращения // К. В. Грешневи́ков, Г. П. Жабко, А. С. Черепанов // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Физико-математические науки. – СПб. – 2012. – № 4 (158). – С. 151–160.
2. Грешневи́ков, К. В. Распространение осесимметричных волн на поверхности цилиндрической полости в упругой среде // К. В. Грешневи́ков, Г. П. Жабко // Письма в журнал технической физики. – 2013. – Т. 39, вып. 24. – С. 55–62.

**Другие публикации (тезисы научно-практических конференций):**

3. Грешневи́ков, К. В. Исследование акустических волн в протяженной осесимметричной цилиндрической структуре / К. В. Грешневи́ков, Г. П. Жабко // Научные исследования и инновационная деятельность: материалы науч.-практ. конф. – СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2011. – С. 118–125.
4. Грешневи́ков, К. В. Дисперсия акустических волн в тонкостенной цилиндрической оболочке / К. В. Грешневи́ков, А. С. Черепанов, Г. П. Жабко // XL Неделя науки СПбГПУ: материалы международной научно-практической конференции. Ч. IX. – СПб. – 2011. – С. 8–10.
5. Грешневи́ков, К. В. Колебания тонкостенной цилиндрической оболочки при сосредоточенном аксиально-симметричном возбуждении / К. В. Грешневи́ков, А. С. Черепанов, Г. П. Жабко // XV Всероссийская научная конференция студентов-радиофизиков: тез. докл. – СПб. – 2011. – С. 23–27.
6. Адамьян, Ю. Э. Некоторые подходы к математической обработке измерений при распознавании неоднородностей в слоистых структурах / Ю. Э. Адамьян, А. А. Белов, Е. А. Вырва, К. В. Грешневи́ков, Г. П. Жабко, С. И. Кривошеев, И. С. Колодкин, Е. Л. Свечников, А. И. Таджибаев, В. В. Титков // NDT days (Дни на берзразрушительния контрол), Болгария. – 2013. – Год XXI, № 2 (139). – С. 142–145.