

Рзиева Маншук Тлеккабыловна

**ФОРМИРОВАНИЕ ЧИСЛОВЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ,
ИМИТИРУЮЩИХ ВХОДНЫЕ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ**

Специальность: 05.11.16 – Информационно-измерительные и
управляющие системы (приборостроение)

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Работа выполнена в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина) СПбГЭТУ» на кафедре информационно-измерительных систем и технологий (ИИСТ)

Научный руководитель:

доктор технических наук, профессор

Цветков Эрик Иванович

Официальные оппоненты:

доктор технических наук, старший научный сотрудник, руководитель отдела ФГУП

«ВНИИМ им. Д.И. Менделеева»

Чуновкина Анна Гурьевна

кандидат технических наук, доцент, ведущий инженер ЗАО «Фортэкс»

Брусаков Игорь Юрьевич

Ведущая организация – ФГБОУ ВПО «Волгоградский государственный технический университет» (г. Волгоград).

Защита состоится «24» декабря 2014 г. в 16.00 часов на заседании диссертационного совета Д 212.238.06 Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина) по адресу: 197376, г. Санкт-Петербург, ул. Проф. Попова, 5, ауд. 5108.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина) и на сайте СПбГЭТУ: www.eltech.ru

Ваши отзывы и замечания по автореферату (в двух экземплярах), заверенные печатью, просим высылать по адресу: 197376, Санкт-Петербург, ул. Проф. Попова, 5, СПбГЭТУ, секретарю диссертационного совета.

Автореферат разослан «23» октября 2014 г.

Ученый секретарь

Диссертационного совета Д 212.238.06

д.т.н., доцент

 /А.М. Боронахин/

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность диссертационного исследования. Усложнение научных экспериментов, технологических процессов и промышленных объектов привело к необходимости создания информационно-измерительных систем, которые сами по себе настолько сложны, что их верификация, т.е. нахождение метрологических характеристик непосредственно оказывается не всегда возможной. В этом случае приходится привлекать методы метрологического анализа с помощью имитационного моделирования (ИМ). Интенсивное развитие процедур метрологического анализа в связи с компьютеризацией измерений делает ИМ неотъемлемой частью метрологического обеспечения современных измерений. Метрологический анализ (МА) с помощью имитационного моделирования выполняется в тех случаях, когда метрологический эксперимент невозможен, а для расчетного оценивания характеристик погрешностей не удастся сформировать необходимые соотношения из-за их сложности.

В настоящее время наименее изучена процедура воспроизведения входных измерительных воздействий, специфика которых требует формирования при ИМ числовых последовательностей с известными свойствами: заданным динамическим диапазоном входного воздействия, заданным законом распределения вероятностей случайной последовательности, заданным коэффициентом корреляции отсчетов в последовательности и др. Требуется также развитие методов анализа законов одномерных и двумерных распределений вероятностей получаемых последовательностей.

На данный момент нет единого подхода к формированию математического обеспечения воспроизведения входных измерительных воздействий с известными характеристиками и анализа числовых последовательностей с известными свойствами. В работе рассматриваются стационарные эргодические, нестационарные эргодические, стационарные неэргодические, нестационарные неэргодические последовательности. Отметим, что воспроизведение случайных последовательностей со свойствами нестационарности и неэргодичности в настоящее время мало изучено.

Поэтому тема диссертационной работы, посвященной имитационному моделированию входных измерительных воздействий с заданными априори характеристиками, является актуальной.

Целью диссертационной работы является разработка алгоритмов формирования числовых последовательностей (нестационарных эргодических, стационарных неэргодических, нестационарных неэргодических) с известными характеристиками, обеспечивающих возможности проведения метрологического анализа с использованием имитационного моделирования процедур и результатов измерений.

В соответствии с поставленной целью требуется решить **следующие задачи:**

1. Исследовать методы воспроизведения числовых последовательностей с известными характеристиками.
2. Сформировать алгоритмическое обеспечение процедур воспроизведения числовых последовательностей, имитирующих входные измерительные воздействия с известными свойствами: с одномерной плотностью распределения отсчетов и заданным коэффициентом корреляции, с двумерной плотностью распределения вероятностей и с различными комбинациями свойств стационарности, эргодичности, нестационарности, неэргодичности.
3. Провести имитационное моделирование входных измерительных воздействий с известными характеристиками, представленных в виде числовых последовательностей. Верифицировать результаты имитационного моделирования входных измерительных воздействий с известными характеристиками.

4. Разработать программную систему на основе базового алгоритмического обеспечения воспроизведения входных измерительных воздействий с известными свойствами для выполнения метрологического анализа на основе имитационного моделирования.

5. Применить разработанную программную систему для метрологического анализа результатов измерений.

Объектом исследований являются числовые последовательности, имитирующие входные измерительные воздействия.

Предметом исследований является алгоритмическое обеспечение воспроизведения входных измерительных воздействий для выполнения метрологического анализа с использованием машинного эксперимента.

Основными методами исследованиями при решении поставленных задач являются методы моделирования и программирования, методы теории вероятностей и математической статистики, аппарат теории случайных процессов.

Научная новизна. В процессе проведения исследований получены новые научные результаты:

1. Предложены алгоритмы формирования числовых последовательностей нестационарных эргодических, стационарных неэргодических, нестационарных неэргодических с известными характеристиками, обеспечивающие возможности проведения метрологического анализа процедур и результатов измерений на основе имитационного моделирования.
2. Предложены алгоритмы, обеспечивающие установление одномерного и двумерного законов распределения сформированной числовой последовательности по исходному одномерному распределению вероятностей отсчетов базовой последовательности и введенным коэффициентом корреляции между отсчетами.
3. Разработана методика применения предложенных алгоритмов, обеспечивающая процедуру метрологического анализа результата измерения длительности локального сигнала с использованием адаптивного порогового уровня, отличающаяся возможностью повышения точности измерения.

Научные положения, выносимые на защиту:

1. Алгоритмы формирования числовых последовательностей нестационарных эргодических, стационарных неэргодических, нестационарных неэргодических для проведения метрологического анализа на основе имитационного моделирования.
2. Алгоритмы определения одномерного и двумерного законов распределения сформированной числовой последовательности по исходному одномерному распределению вероятностей отсчетов базовой последовательности и заданному коэффициенту корреляции.
3. Методика формирования числовых последовательностей, имитирующих входные измерительные воздействия, на примере измерения длительности локального сигнала с использованием адаптивного порогового уровня.

Практическая ценность работы состоит в том, что в ходе ее выполнения разработаны алгоритмы и программы, обеспечивающие формирование входных измерительных воздействий с заданными характеристиками.

1. Разработан алгоритм формирования входного воздействия с одномерным законом распределения и заданной корреляционной функцией.

2. Разработана программа и алгоритм формирования нестационарного эргодического входного воздействия на основе стационарного эргодического сигнала.

3. Разработан алгоритм формирования неэргодического стационарного входного воздействия на основе стационарного эргодического процесса, а также неэргодического нестационарного входного воздействия.

Разработанные алгоритмы и программы могут быть использованы при метрологическом анализе сложных систем.

Реализация и внедрение результатов работы. Результаты диссертационной работы внедрены в учебный процесс СПбГЭТУ «ЛЭТИ» подготовки бакалавров и магистров по направлению 200100 «Приборостроение».

Создана программная система воспроизведения входных измерительных воздействий с известными характеристиками (свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2014617208 «Воспроизведение входных воздействий с требуемыми характеристиками»).

Достоверность и обоснованность научных положений подтверждается соответствием результатов теоретических исследований и машинного эксперимента.

Апробация работы. Основные положения диссертационной работы докладывались и обсуждались на Четвертой Международной научно-практической конференции «Измерения в современном мире – 2013» (г. Санкт-Петербург, 2013г.), на Международной научно-практической конференции «Научные проблемы современного мира и их решения» (г. Липецк, 2013г.), на конференциях профессорско-преподавательского состава, аспирантов и студентов СПбГЭТУ «ЛЭТИ» (2012, 2013, 2014 гг.).

Публикации. Основные теоретические и практические результаты диссертационной работы опубликованы в 10 статьях и докладах, среди которых 3 публикации в ведущих рецензируемых изданиях.

Структура и объем диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав с выводами, заключения, списка литературы, включающего 96 наименований. Основная часть работы изложена на 107 страницах машинописного текста, включает 26 рисунков, 14 таблиц, 5 приложений.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается актуальность работы, определяется основное направление исследований, формулируются цели и задачи исследований, приводятся основные положения работы.

В первой главе исследован метод имитационного моделирования, его назначение и содержание. Рассмотрены известные методы воспроизведения входных числовых последовательностей с известными характеристиками: заданной одномерной плотностью распределения вероятностей формируемой последовательности, заданной корреляционной связью между отсчетами формируемой последовательности. Рассмотрены методы воспроизведения входных числовых последовательностей нестационарных по видам.

Под входными измерительными воздействиями понимаются сигналы-носители информации об измеряемой величине. В данной работе входное измерительное воздействие воспроизводится для подачи на вход модели процедуры измерения.

Под известными характеристиками входных измерительных воздействий подразумеваются заданный вид закона распределения вероятностей, корреляционные связи, свойства стационарности, эргодичности, нестационарности, неэргодичности и различные комбинации данных свойств.

В первой главе оценено современное состояние воспроизведения входных измерительных воздействий для МА с использованием ИМ и установлено, что:

- не проанализирована трансформация одномерной и двумерной плотностей распределений вероятностей последовательности при известном одномерном или двумерном распределении базовой последовательности при внесении коэффициента корреляции;
- не известен алгоритм воспроизведения неэргодических процессов;
- отсутствует математическое обеспечение воспроизведения входных измерительных воздействий с типовыми комбинациями свойств для метрологического анализа: стационарности, нестационарности, эргодичности, неэргодичности, с известными законами распределения вероятностей, с корреляцией и без корреляции отсчетов;
- отсутствует унифицированная программная система, позволяющая воспроизводить входные измерительные воздействия с известными характеристиками и проводить МА измерения параметров локального сигнала при наличии аддитивной помехи с известными свойствами.

На основе проделанного исследования сформирована цель диссертационной работы. Воспроизведение входных измерительных воздействий с известными характеристиками для МА при ИМ:

1. Воспроизведение входных измерительных воздействий с заданным одномерным законом распределения вероятностей (базовой последовательности).
2. Воспроизведение входных измерительных воздействий с заданным коэффициентом корреляции между отсчетами при известном одномерном законе распределения вероятностей базовой последовательности.
3. Воспроизведение эргодической последовательности некоррелированной и нестационарной коррелированной, выражающейся зависимостью математического ожидания от времени, дисперсии от времени, математического ожидания и дисперсии от времени.
4. Воспроизведение стационарной последовательности неэргодической, выражающейся зависимостью математического ожидания от номера реализации, дисперсии от номера реализации, математического ожидания и дисперсии от номера реализации с некоррелированными и коррелированными отсчетами в последовательности.
5. Воспроизведение нестационарной неэргодической последовательности, выражающейся зависимостью математического ожидания, дисперсии, математического ожидания и дисперсии от времени и от номера реализации с некоррелированными и коррелированными отсчетами в последовательности.

Во второй главе сформировано математическое обеспечение воспроизведения входных измерительных воздействий с известными характеристиками.

Воспроизведение входных измерительных воздействий в МА с использованием ИМ представляет собой формирование числовых последовательностей с известными характеристиками программными датчиками случайных чисел:

$\gamma_{ИМj}(t) = \{\gamma_{ИМj}(t_s)\}_{s=1}^N$, где $\gamma_{ИМj}(t)$ – входное воздействие в j -ом измерительном эксперименте, s -отсчеты, N -объем формируемой последовательности.

Априорные знания для числовой последовательности, формируемой датчиком: 1) закон плотности распределения вероятностей отсчетов; 2) динамический диапазон входного воздействия; 3) требуемые корреляционные связи отсчетов. Тогда

$$\gamma_{ИМj}(t_s) = \{y_j(t_s), y_j \in [a, b], w(y_j)\}_{s=1}^N,$$

где $\{y_j(t_s)\}_{s=1}^N$ – последовательность случайных чисел, формируемая датчиком; $[a, b]$ – динамический диапазон, $w(y_j)$ – плотность распределения вероятностей.

Под известными одномерными законами распределения и двумерными законами распределения последовательностей без корреляции между отсчетами рассматривается пять законов распределения: нормальный, равномерный, Симпсона, Релея, арксинусоидальный.

Программные генераторы, как правило, дают случайные числа, распределенные по равномерному и нормальному одномерным законам. С помощью нелинейных преобразований формируются числовые последовательности, подчиняющиеся одномерному распределению Симпсона, арксинусоидальному, Релея.

Процедура задания корреляции в исходной последовательности (последовательности с одномерным распределением Гаусса, равномерным, Симпсона, арксинусоидальным, Релея):

$$\{y_j(t_s)\}_s^N = \{x_j(t_s) + a_1 x_j(t_{s-1})\}_s^N, \quad (1)$$

где $\{x_j(t_s)\}_s^N$ – исходная последовательность, a_1 – взвешенный коэффициент, определяющий корреляционную связь между смежными отсчетами.

Коэффициент корреляции в общем случае определяется:

$$\rho_y(s, s+1) = \frac{B_y(s, s+1)}{D_{y_s}^{1/2} \cdot D_{y_{s+1}}^{1/2}},$$

где $D_y^{1/2}$ – с.к.о. сформированной последовательности.

Дисперсия сформированной последовательности $Y_j = \{y_j(t_s)\}_{s=1}^N$ равна $D[Y_j] = (1 + a^2)\sigma_y^2$, тогда:

$$\rho_y(s, s+1) = \frac{B_y(s, s+1)}{D_{y_s}^{1/2} \cdot D_{y_{s+1}}^{1/2}} = \frac{B_y(s, s+1)}{D[Y_j]} = \frac{B_y(s, s+1)}{\sigma_y^2}.$$

Корреляционная функция:

$$B_y(s, s+1) = M\left[\left(y_j(t_s) - M[y_j(t_s)]\right)\left(y_j(t_{s+1}) - M[y_j(t_{s+1})]\right)\right] = a_1 M[x_j^2(t_s)] = a_1 \sigma_x^2$$

$$\text{Тогда, } \rho_y(s, s+1) = \frac{B_y(s, s+1)}{D[Y_j]} = \frac{a_1 \sigma_y^2}{(1 + a_1^2)\sigma_y^2} = \frac{a_1}{1 + a_1^2}.$$

Для последовательности с корреляцией k -последовательных значений

$$\{y_j(t_s)\}_{s=1}^N = \{x_j(t_s) + a_1 x_j(t_{s-1}) + a_2 x_j(t_{s-2}) + \dots + a_l x_j(t_{s-l}) + \dots + a_k x_j(t_{s-k})\}_{s=1}^N$$

корреляционная функция примет вид для элементов последовательности $s, s+1$:

$$B_y(s, s+1) = M[y(t_s), y(t_{s+1})] = (a_1 + a_1 a_2 + a_2 a_3 + \dots + a_l a_{l+1} + \dots + a_{k-1} a_k) \sigma_x^2.$$

Следует, что коэффициент корреляции для элементов $s, s+1$ последовательности с k -последовательными отсчетами:

$$\rho_y(s, s+1) = \frac{a_1 + a_1 a_2 + a_2 a_3 + \dots + a_l a_{l+1} + \dots + a_{k-1} a_k}{1 + a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \dots + a_l^2 + a_{l+1}^2 + \dots + a_{k-1}^2 + a_k^2}.$$

В общем виде, для нахождения коэффициента корреляции между отсчетами s , $s+l$ с конечным числом k -последовательных отсчетов применяется:

$$\rho_y(s, s+l) = \frac{a_1 + a_1 a_{l+1} + \dots + a_i a_{l+i} + \dots + a_{k-l} a_k}{1 + a_1^2 + \dots + a_{l+1}^2 + \dots + a_i^2 + a_{l+i}^2 + \dots + a_{k-l}^2 + a_k^2}.$$

Коэффициенты последовательности с конечным числом $k=3$ с корреляцией четырех смежных отсчетов: $\{y_j(t_s)\}_{s=1}^N = \{x_j(t_s) + a_1 x_j(t_{s-1}) + a_2 x_j(t_{s-2}) + a_3 x_j(t_{s-3})\}_{s=1}^N$:

$$\begin{cases} \rho_y(s, s+3) = \frac{a_3}{1 + a_3^2} \\ \rho_y(s, s+2) = \frac{a_2 + a_1 a_3}{1 + a_2^2 + a_1^2 + a_3^2} \\ \rho_y(s, s+1) = \frac{a_1 + a_1 a_2 + a_2 a_3}{1 + a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \end{cases}$$

Одномерное распределение вероятностей полученной последовательности $y_j(t_s)$:

$$w(y_j(t_s)) = w(x_j(t_s)) * w(a_1 x_j(t_{s-1})).$$

Таким образом, одномерная плотность вероятностей последовательности $y_j(t_s)$ представляет композицию плотности распределений вероятностей последовательностей $x_j(t_s)$ и $a_1 x_j(t_{s-1})$.

Пусть исходный закон распределения вероятностей последовательности – равномерный:

$$w(x_j(t_s)) = \frac{1}{\Delta}, \text{ где } x_j \in \left[-\frac{\Delta}{2}, \frac{\Delta}{2}\right].$$

Тогда закон распределения вероятностей последовательности с учетом корреляции:

$$w(a_1 x_j(t_{s-1})) = \frac{a_1}{\Delta}, \text{ где } a_1 x_j \in \left[-\frac{a_1 \Delta}{2}, \frac{a_1 \Delta}{2}\right].$$

В диссертационной работе установлена связь двумерного распределения вероятностей последовательности с исходным одномерным распределением после внесения коэффициента корреляции:

$$w(y_j(t_{s-1}), y_j(t_s)) = w(y_j(t_s)) \times w(x_j(t_s)) * w(a_1^2 x_j(t_{s-2})) \times \delta^*(a_1 y_j(t_{s-1})),$$

где δ^* – оператор сдвига: композиция распределений $w(x_j(t_s))$ и $w(a_1^2 x_j(t_{s-2}))$, смещенная на $a_1 y_j(t_{s-1})$.

В общем случае входное воздействие формируется в виде суммы сигнала – носителя информации о значении измеряемой величины $\gamma_\lambda(t)$ и аддитивной помехи $n(t)$, т.е. $\gamma_j(t) = \gamma_\lambda(t) + n_j(t)$.

Следовательно, результат воспроизведения входного воздействия представляется в виде числовой последовательности:

$$\gamma_{ИМj}(t) = \left\{ \gamma_{ИМ\lambda j}(t_s) + n_{ИМj}(t_s) \right\}_{s=1}^N.$$

Аддитивная помеха $n(t)$, как правило, случайный процесс с известным распределением вероятности, вид $\gamma_\lambda(t)$ определяется характером решаемой задачи. При исследовании свойств результатов измерений постоянных величин $\gamma_{\lambda j}(t_s) = \gamma_{\lambda j}$ (постоянно на интервале наблюдений); при измерении медленноменяющихся на интервале измерений величин $\gamma_{\lambda j}(t)$ аппроксимируется линейной зависимостью – $\gamma_{\lambda j}(t_s) = \gamma_{\lambda j} + a(t_s - t_j)$ (t_j – момент начала j -го измерительного эксперимента), и т.п.

Формируемая программным датчиком последовательность $\{n_{ИМj}(t_s)\}_{s=1}^N$ используется как модель **стационарного эргодического** случайного процесса с известным распределением $w(n(t))$ и некоррелированными смежными отсчетами.

Процедура формирования последовательности с требуемым одномерным законом распределения вероятностей сводится к соответствующему преобразованию, формируемой датчиком случайных чисел последовательности $\{x_j(t_s)\}_{s=1}^N$ с известным распределением $w(x(t_s))$: $\{x_j(t_s)\}_{s=1}^N \rightarrow \{f(x_j(t_s)) = n_{ИМj}(t_s)\}_{s=1}^N$.

Последовательности с требуемыми корреляционными связями могут быть сформированы с помощью следующей трансформации последовательности $\{x_j(t_s)\}_{s=1}^N$ с известным распределением $w(x(t_s))$:

$$\{x_j(t_s)\}_{s=1}^N \rightarrow \{f(x_j(t_s))\}_{s=1}^N \rightarrow \left\{ n_{ИМj}(t_s) = \sum_{i=s-n+1}^s a_{s-i} f(x_j(t_i)) \right\}_{s=1}^N,$$

$M[n_{ИМj}(t_s)] = m_f \sum_{i=s-n+1}^s a_{s-i}$ – математическое ожидание формируемой последовательности (m_f – математическое ожидание последовательности $f(x_j(t_s))$);

$D[n_{ИМj}(t_s)] = \sigma_f^2 \sum_{i=s-n+1}^s a_{s-i}^2$ – дисперсия формируемой последовательности (σ_f^2 – дисперсия последовательности $f(x_j(t_s))$);

$$\rho(n_{ИМj}(t_{s-1}), n_{ИМj}(t_s)) = \frac{M[(n_{ИМj}(t_{s-1}) - M[n_{ИМj}(t_{s-1})])(n_{ИМj}(t_s) - M[n_{ИМj}(t_s)])]}{D[n_{ИМj}(t_s)]} = \frac{\sum_{i=s-n+1}^{s-1} a_{s-i} a_{s-i-1}}{\sum_{i=s-n+1}^s a_{s-i}^2} \quad (2)$$

– коэффициент корреляции смежных отсчетов $n_{ИМj}(t_{s-1})$ и $n_{ИМj}(t_s)$ в последовательности, где a_{s-i} , a_{s-i-1} – взвешенные коэффициенты;

$w(n_{ИМj}(t_s)) = w(a_{s-n+1} f(x_j(t_{s-n+1}))) * w(a_{s-n+2} f(x_j(t_{s-n+2}))) * \dots * w(a_0 f(x_j(t_s)))$ – плотность распределения вероятности $w(n_{ИМj}(t_s))$ (композиция плотностей распределения вероятностей слагаемых). Вид этого распределения определяется видом одномерной плотности распределения вероятностей $w(x_j(t_s))$ и совокупностью коэф-

фициентов $\{a_s\}_{s=1}^n$. В общем случае обеспечить требуемое сочетание характеристик корреляционных связей и видов распределений вероятностей (как одномерного, так и двумерного) невозможно.

При необходимости сформировать **нестационарные эргодические** последовательности, представленные выше процедуры включают в себя операцию преобразования стационарной последовательности в нестационарную, а именно

$$\{x_j(t_s)\}_{s=1}^N \rightarrow \{f(x_j(t_s))\}_{s=1}^N \rightarrow \{F(f(x_j(t_s))) = n_{ИМj}(t_s)\}_{s=1}^N, \quad (3)$$

где $F(\cdot)$ – преобразование, определяющее вид нестационарности.

$$M[n_{ИМj}(t_s)] = m_f(t_s) \quad (4)$$

– математическое ожидание формируемой последовательности;

$$D[n_{ИМj}(t_s)] = \sigma_f^2(t_s) \quad (5)$$

– дисперсия формируемой последовательности;

$w(n_{ИМj}(t_s))$ – определяется видом преобразования $F(\cdot)$ и распределения $w(f(x_j(t_s)))$.

Выражение (3) представляет процедуру формирования последовательности с некоррелированными смежными отсчетами.

При $\{n_{ИМj}(t_s) = f(x_j(t_s)) + a(t_s)\}_{s=1}^N$ – нестационарность выражается зависимостью математического ожидания от времени (номера отсчета); $m_f(t_s) = a_s$;

при $\{n_{ИМj}(t_s) = a(t_s) \cdot f(x_j(t_s))\}_{s=1}^N$ – нестационарность выражается зависимостью дисперсии от времени (номера отсчета); $\sigma_f^2(t_s) = \sigma_f a_s^2$;

при $\{n_{ИМj}(t_s) = a(t_s) \cdot f(x_j(t_s)) + b(t_s)\}_{s=1}^N$ – нестационарность выражается зависимостью математического ожидания и дисперсии от времени (номера отсчета); $m_f(t_s) = b(t_s)$ и $\sigma_f^2(t_s) = \sigma_f a^2(t_s)$.

Результаты получены в предположении, что $M[f(x_j(t_s))] = 0$ и $D[f(x_j(t_s))] = \sigma_f^2$.

Плотность распределения вероятности $w(n_{ИМj}(t_s))$ определяется видом $f(x_j(t_s))$ и текущими значениями a_s и b_s . Таким образом, $w(n_{ИМj}(t_s))$ также меняется во времени.

Формирование нестационарных эргодических последовательностей с требуемой корреляцией смежных отсчетов может выполняться следующим образом:

$$\begin{aligned} \{x_j(t_s)\}_{s=1}^N &\rightarrow \{f(x_j(t_s))\}_{s=1}^N \rightarrow \left\{ \sum_{i=s-n+1}^s a_{s-i} f(x_j(t_i)) \right\}_{s=1}^N \rightarrow \left\{ F \left(\sum_{i=s-n+1}^s a_{s-i} f(x_j(t_i)) \right) \right\}_{s=1}^N \\ &= n_{ИМj}(t_s) \}_{s=1}^N. \end{aligned} \quad (6)$$

$$\text{При } \left\{ n_{ИМj}(t_s) = \sum_{i=s-n+1}^s a_{s-i} f(x_j(t_i)) + b_s \right\}_{s=1}^N, \\ M[n_{ИМj}(t_s)] = b_s; \quad (7)$$

$$\text{при } \left\{ n_{ИМj}(t_s) = b_s \cdot \sum_{i=s-n+1}^s a_{s-i} f(x_j(t_i)) \right\}_{s=1}^N, \\ D[n_{ИМj}(t_s)] = b_s^2 \sigma_f^2 \sum_{i=s-n+1}^s a_{s-i}^2; \quad (8)$$

$$\text{при } \left\{ n_{ИМj}(t_s) = b_s \cdot f(x_j(t_s)) + c_s \right\}_{s=1}^N, \\ M[n_{ИМj}(t_s)] = c_s \text{ и} \quad (9)$$

$$D[n_{ИМj}(t_s)] = b_s^2 \sigma_f^2 \sum_{i=s-n+1}^s a_{s-i}^2. \quad (10)$$

Результаты также получены в предположении, что $M[f(x_j(t_s))] = 0$ и $D[f(x_j(t_s))] = \sigma_f^2$.

Для установления значения коэффициента корреляции может быть использовано приведенное выше выражение (2).

Описание процедур формирования и свойств **стационарных неэргодических** последовательностей отличается от приведенного выше для нестационарных эргодических последовательностей только тем, объектом индексацией в них выступает не номер отсчета во времени, а номер реализации воспроизводимого случайного процесса. Именно, в аналогии описания процедуры воспроизведения (3) вместо отсчета j -ой реализации в момент времени $t_s - x_j(t_s)$, фигурирует отсчет $x_s(t_j)$ – значение s -ой реализации в момент t_j :

$$\left\{ x_s(t_j) \right\}_{s=1}^N \rightarrow \left\{ f(x_s(t_j)) \right\}_{s=1}^N \rightarrow \left\{ F(f(x_s(t_j))) = n_{ИМs}(t_j) \right\}_{s=1}^N.$$

Соответственно выражение (4) для математического ожидания и (5) для дисперсии формируемой последовательности приобретают следующий вид:

$$M[n_{ИМjs}(t_j)] = m_{fs}(t_j), \\ D[n_{ИМjs}(t_j)] = \sigma_{fs}^2(t_j).$$

Аналогично трансформируются и соотношения (6) – (10):

$$\left\{ x_s(t_j) \right\}_{s=1}^N \rightarrow \left\{ f(x_s(t_j)) \right\}_{s=1}^N \rightarrow \left\{ \sum_{i=s-n+1}^s a_{s-i}(s) f(x_s(t_j)) \right\}_{s=1}^N \rightarrow \\ \rightarrow \left\{ F\left(\sum_{i=s-n+1}^s a_{s-i}(s) f(x_s(t_j)) \right) = n_{ИМj}(t_s) \right\}_{s=1}^N.$$

$$\text{При } \left\{ n_{ИМjs}(t_j) = \sum_{i=s-n+1}^s a_{s-i}(s) f(x_s(t_j)) + b_s(s) \right\}_{s=1}^N, \\ M[n_{ИМjs}(t_j)] = b(s);$$

$$\text{при } \left\{ n_{ИМ\ j_s}(t_j) = b_s(s) \cdot \sum_{i=s-n+1}^s a_{s-i} f(x_s(t_j)) \right\}_{s=1}^N,$$

$$D[n_{ИМ\ j_s}(t_j)] = b^2(s) \sigma_f^2 \sum_{i=s-n+1}^s a_{s-i}^2(s);$$

$$\text{при } \left\{ n_{ИМ\ j_s}(t_j) = b_s(s) \cdot f(x_s(t_j)) + c_s(s) \right\}_{s=1}^N,$$

$$M[n_{ИМ\ j_s}(t_j)] = c(s) \text{ и}$$

$$D[n_{ИМ\ j_s}(t_j)] = b_s^2 \sigma_f^2 \sum_{i=s-n+1}^s a_{s-i}^2.$$

Результаты также получены в предположении, что $M[f(x_s(t_j))] = 0$ и $D[f(x_s(t_j))] = \sigma_f^2$.

Формирование **нестационарных неэргодических** последовательностей с требуемой корреляцией смежных отсчетов может выполняться следующим образом:

$$\left\{ x_{j_s}(t_j) \right\}_{s=1}^N \rightarrow \left\{ f(x_{j_s}(t_j)) \right\}_{s=1}^N \rightarrow \left\{ \sum_{i=s-n+1}^s a_{j,s-i} f(x_{j_s}(t_i)) \right\}_{s=1}^N \rightarrow$$

$$\rightarrow \left\{ F \left(\sum_{i=s-n+1}^s a_{j,s-i} f(x_{j_s}(t_i)) \right) = n_{ИМ\ j_s}(t_j) \right\}_{s=1}^N.$$

$$\text{При } \left\{ n_{ИМ\ j_s}(t_s) = \sum_{i=s-n+1}^s a_{j,s-i} f(x_{j_s}(t_i)) + b_{j_s} \right\}_{s=1}^N,$$

$M[n_{ИМ\ j_s}(t_s)] = b_{j_s}(t_s)$ – нестационарность выражается зависимостью математического ожидания от времени (номер отсчета), неэргодичность выражается зависимостью математического ожидания от номера реализации;

$$\text{при } \left\{ n_{ИМ\ j_s}(t_s) = b_{j_s} \cdot \sum_{i=s-n+1}^s a_{j,s-i} f(x_{j_s}(t_i)) \right\}_{s=1}^N,$$

$D[n_{ИМ\ j_s}(t_s)] = b_{j_s}^2 \sigma_f^2 \sum_{i=s-n+1}^s a_{j,s-i}^2$ – нестационарность выражается зависимостью дисперсии от времени (номер отсчета), неэргодичность выражается зависимостью дисперсии от номера реализации;

$$\text{при } \left\{ n_{ИМ\ j_s}(t_s) = b_{j_s} \cdot f(x_{j_s}(t_s)) + c_{j_s} \right\}_{s=1}^N,$$

$M[n_{ИМ\ j_s}(t_s)] = c_{j_s}$ и $D[n_{ИМ\ j_s}(t_s)] = b_{j_s}^2 \sigma_f^2 \sum_{i=s-n+1}^s a_{j,s-i}^2$ – нестационарность выражается зависимостью математического ожидания и дисперсии от времени (номер отсчета), неэргодичность выражается зависимостью математического ожидания и дисперсии от номера реализации.

Воспроизведение совокупности локального сигнала и аддитивной помехи описывается выражением:

$$u_j(t_s) = s_j(t_s) + n_j(t_s),$$

где $n_j(t_s)$ – аддитивная помеха со свойством стационарности либо нестационарности. $s_j(t_s)$ – локальный сигнал имеет известную форму импульса, возникает в случайный момент времени, $u_j(t_s)$ – сумма локального сигнала и помехи.

Данная задача рассмотрена в качестве иллюстративного применения математического обеспечения воспроизведения входных измерительных воздействий с известными характеристиками.

В третьей главе проведено имитационное моделирование входных измерительных воздействий с известными характеристиками.

В результате внесения коэффициента корреляции (1) при $a_1=0,6$ в исходную последовательность $\{x_j(t_s)\}_{s=1}^N$ с арксинусоидальным законом распределения вероятностей (рисунок 1), сформирована последовательность $\{y_j(t_s)\}_{s=1}^N$, гистограмма которой представлена на рисунке 2. На рисунке 3 представлена гистограмма двумерного арксинусоидального распределения вероятностей исходной последовательности. Двумерный закон распределения вероятностей сформированной реализации при $a_1=0,6$ представлен на рисунке 4. Показано, что переход от некоррелированных последовательностей к коррелированным порождает существенную трансформацию распределений вероятностей.

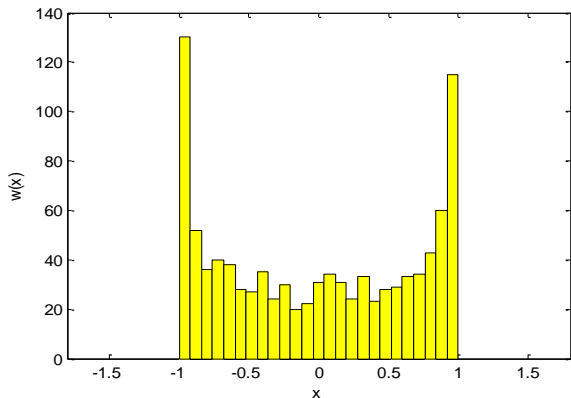


Рисунок 1 – Гистограмма арксинусоидального распределения

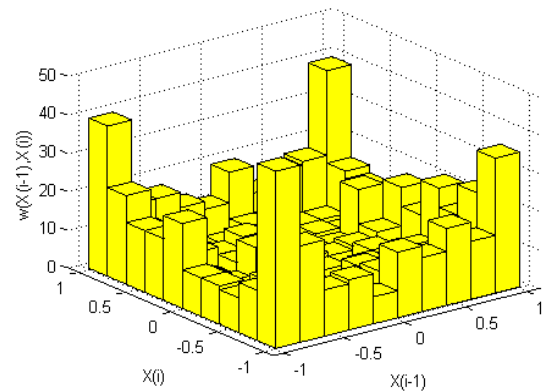


Рисунок 3 – Двумерный закон арксинусоидального распределения

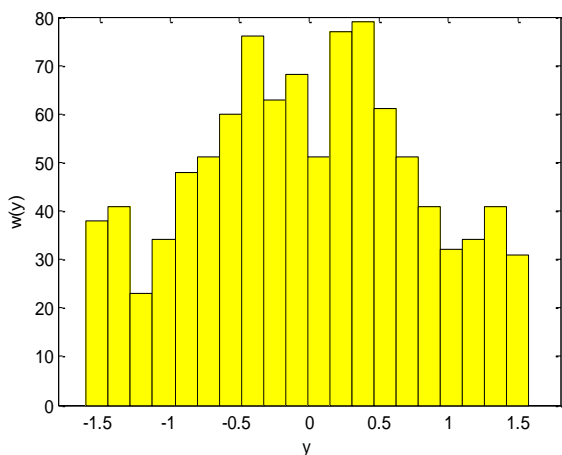


Рисунок 2 – Гистограмма сформированной последовательности

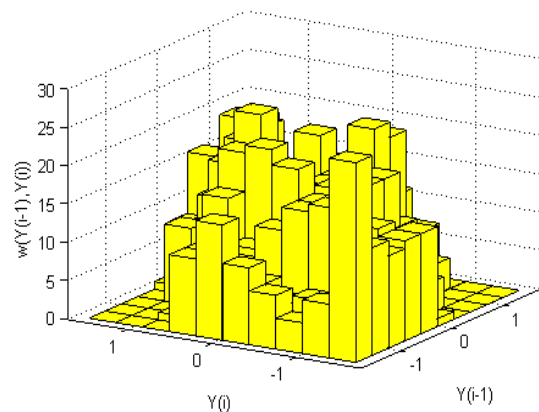


Рисунок 4 – Двумерный закон распределения сформированной последовательности

Проведена верификация полученных результатов. Проверка статистических гипотез подтверждает заданные законы распределения вероятностей формируемых базовых последовательностей.

В четвертой главе продемонстрированы возможности реализованной программной системы «Воспроизведение входных воздействий с требуемыми характеристиками» [9] на примере воспроизведения локального сигнала на фоне стационарной и нестационарной помехи. В диссертационной работе предлагается введение порогового уровня обнаружения локального сигнала на фоне аддитивной помехи. Введено понятие адаптивного порогового уровня и метод его определения.

Показано, что использование адаптивного порогового уровня дает более точные результаты МА на основе ИМ измерения длительности локального сигнала.

Аддитивная помеха $n_j(t_s) = n_{jc}(t_s)$ – стационарный гауссов процесс с математическим ожиданием равным нулю $M[n_j(t_s)] = 0$ и средним квадратичным отклонением (с.к.о.), равным единице $\sigma_{n_c} = 1$. Измеряется длительность локального сигнала и производится оценка вероятностных характеристик погрешности результата измерения длительности.

С помощью машинного эксперимента подбирается такой пороговый уровень U_p обнаружения сигналов на фоне стационарной помехи при котором имеет место допустимая вероятность ложного измерения $P_{ЛИ} = 0,05$. Условие выполняется при $U_p = 3,5$.

Процедура получения погрешности измерения:

$$\left\{ \left\{ u_j(t_s) \right\}_{s=1}^N \rightarrow t_{sj \max}^*, t_{sj \min}^* \rightarrow T_{ЛСj}^* = t_{sj \max}^* - t_{sj \min}^* \rightarrow \Delta T_{ЛСj}^* = T_{ЛСj}^* - T_{ЛС} \right\}_{j=1}^k,$$

где $T_{ЛСj}^*$ – измеренное значение длительности локального сигнала, $T_{ЛС}$ – истинное (заданное) значение длительности, $\Delta T_{ЛСj}^*$ – погрешность измерения, $t_{sj \min}^*$, $t_{sj \max}^*$ – моменты времени, при которых происходят первое превышение порогового уровня и последнее на интервале заданного значения длительности в j -м измерительном эксперименте. k – число измерений достаточное для оценки вероятностных характеристик.

Оценки математического ожидания $M^*[\Delta T_{ЛСj}^*]$, дисперсии $D^*[\Delta T_{ЛСj}^*]$ и с.к.о. $\sigma^*[\Delta T_{ЛСj}^*]$ погрешности $\Delta T_{ЛСj}^*$ результата измерения длительности локального сигнала:

$$M^*[\Delta T_{ЛСj}^*] = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \Delta T_{ЛСj}^*,$$

$$D^*[\Delta T_{ЛСj}^*] = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \left(\Delta T_{ЛСj}^* - M^*[\Delta T_{ЛСj}^*] \right)^2,$$

$$\sigma^*[\Delta T_{ЛСj}^*] = \sqrt{D^*[\Delta T_{ЛСj}^*]}.$$

Оценка интервальной вероятности $P_{\Delta T_{ЛСj}^*}^*[\Delta_H; \Delta_B]$ попадания погрешности $\Delta T_{ЛСj}^*$ измерения в заданный интервал $[\Delta_H, \Delta_B]$, где $\Delta_H = -3\Delta t_\delta$ – нижняя граница интервала, $\Delta_B = 0$ – верхняя граница интервала:

$$P_{\Delta T_{лсj}}^* \left[\Delta T_{лсj}^* \in [\Delta H, \Delta B] \right] = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \Delta \psi \left[\Delta T_{лсj}^* / \Delta H, \Delta B \right], \text{ где } \Delta \psi = \begin{cases} 1, \Delta T_{лсj}^* \in [\Delta H, \Delta B] \\ 0, \Delta T_{лсj}^* \notin [\Delta H, \Delta B] \end{cases}.$$

Реализация обнаружения локального сигнала при наличии стационарной помехи (рисунок 5).

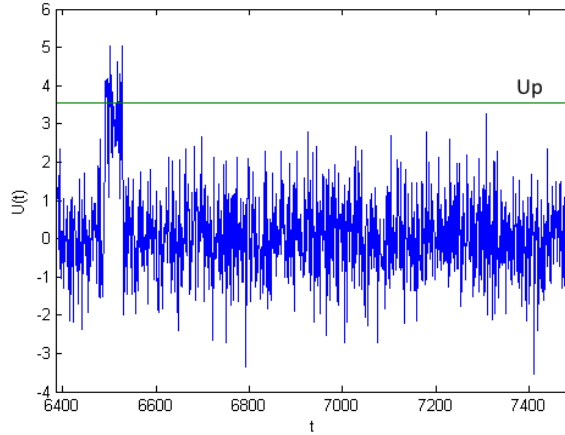


Рисунок 5 – Прямоугольный импульс на фоне стационарной помехи, $U_p = 3,5$

Вероятностные характеристики оцениваются для локального сигнала заданной формы и при различном соотношении сигнал/шум A/σ_n .

Аддитивная помеха представляет собой нестационарный процесс: $n_j(t_s) = a_n \sin(w_n t_s) n_{jc}(t_s)$, где $n_{jc}(t_s)$ – стационарный гауссов шум с $M[n_j(t_s)] = 0$ и $\sigma_{n_c} = 1$, a_n и w_n – соответственно амплитуда и частота модулирующей функции.

Сумма локального сигнала и нестационарной помехи: $u_j(t_s) = s_j(t_s) + a_n \sin(w_n t_s) n_{jc}(t_s)$.

Пороговый уровень обнаружения сигналов на фоне нестационарной помехи при $P_{лш} = 0,05$:

1) при амплитуде $a_n = 1$:

$$U_p = 3,2; \quad (11)$$

2) при амплитуде $a_n = 2$:

$$U_p = 6,6; \quad (12)$$

3) при амплитуде $a_n = 5$:

$$U_p = 16,3. \quad (13)$$

Измерение длительности локального сигнала на фоне нестационарной помехи без адаптации порогового уровня к нестационарному характеру изменения суммы полезного сигнала и помехи – неадаптивный (постоянный) пороговый уровень (11-13). Реализация обнаружения локального сигнала при наличии нестационарной помехи с неадаптивным пороговым уровнем (рисунок 6).

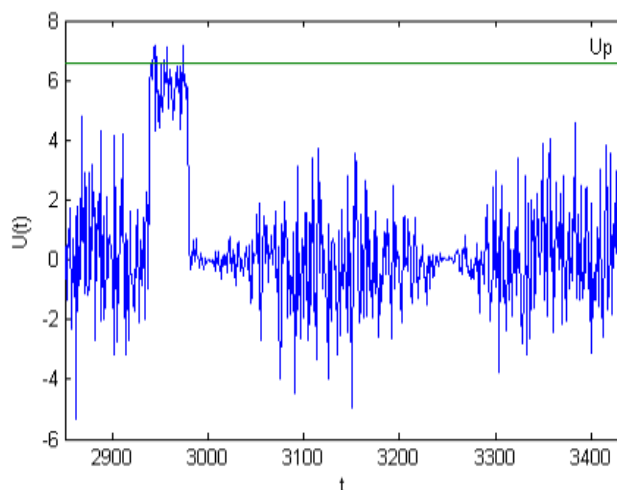


Рисунок 6 – Прямоугольный импульс на фоне нестационарной помехи при $a_n=2$ с неадаптивным порогом $U_p=6,6$

Возможно также измерение длительности локального сигнала на фоне нестационарной помехи с адаптацией порогового уровня (рисунок 7) к нестационарному характеру помехи (адаптивный пороговый уровень). Нестационарная помеха меняет свои вероятностные характеристики во времени, то соотношение сигнал/шум также будет меняться в каждый момент времени. Поэтому при нестационарной помехе необходимо вводить адаптацию, например с использованием скользящего оценивания дисперсии нестационарной помехи. Текущее значение порогового уровня определяется по формуле:

$$U_{pi}(t) = U_p(n_c) \cdot \sigma_n^*(t_i),$$

где $\sigma_n^*(t_i)$ – оценка текущего значения с.к.о., $U_p(n_c)$ – значение порогового уровня при стационарной помехе.

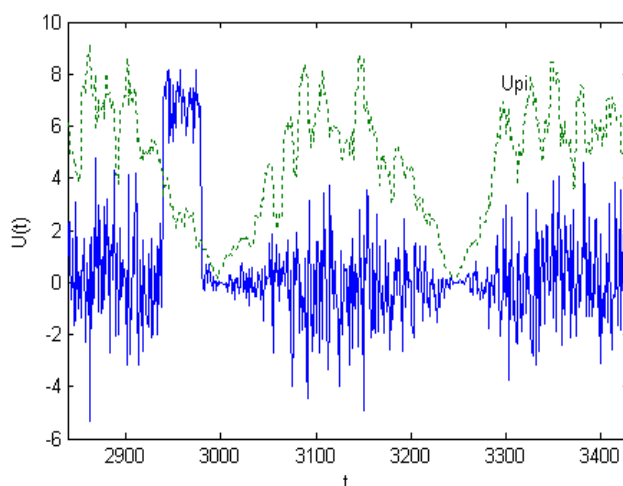


Рисунок 7 – Адаптивный пороговый уровень на фоне нестационарной помехи при $a_n=2$

Результаты измерения длительности прямоугольного импульса на фоне нестационарной помехи с неадаптивным порогом обнаружения (таблица 1) и адаптивным порогом (таблица 2).

Таблица 1 – Оценка погрешности измерения на фоне нестационарной помехи при $a_n=1$ с неадаптивным пороговым уровнем

A/σ_n	$M^*[\Delta T_{лсj}^*]$	$\sigma^*[\Delta T_{лсj}^*]$	$P_{\Delta T_{лсj}^*}^*[\Delta_H; \Delta_B]$
1/1,4	-40	0	0
2/1,4	-39,92	1,12	0
5/1,4	-20,13	14,94	0,122
10/1,4	-0,04	0,20	1

Таблица 2 – Оценка погрешности измерения на фоне нестационарной помехи при $a_n=2$ с адаптивным пороговым уровнем

A/σ_n	$M^*[\Delta T_{лсj}^*]$	$\sigma^*[\Delta T_{лсj}^*]$	$P_{\Delta T_{лсj}^*}^*[\Delta_H; \Delta_B]$
1/1,4	-33,93	10,99	0,015
2/1,4	-25,03	16,47	0,185
5/1,4	-3,41	4,97	0,682
10/1,4	-0,08	0,33	1

Измерение длительности локального сигнала с адаптивным пороговым уровнем приводит к получению более точных результатов, для которых интервальная вероятность возрастает.

Применение метода адаптации порогового уровня посредством скользящего усреднения дисперсии нестационарной помехи позволяет получить более точные результаты измерения параметров локального сигнала в сравнении с результатами, которые получились из метода расчета порогового уровня обнаружения локального сигнала неадаптированного к нестационарной помехе. Это объясняется тем, что нестационарная помеха меняет свои характеристики во времени, следовательно, должна меняться и вероятность ложных измерений пропорционально с изменением вероятностной характеристики нестационарного процесса. При обнаружении локального сигнала на фоне нестационарных помех разумно всегда вводить адаптивный пороговый уровень.

В приложение вынесены результаты имитационного моделирования – гистограммы распределений вероятностей сформированных последовательностей, результаты верификации – таблицы со значениями экспериментальных и теоретических вероятностей, таблицы с оценками погрешностей измерения длительности треугольного импульса при наличии аддитивной помехе.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

1. Предложенное алгоритмическое обеспечение позволяет формировать последовательности с известными видами стационарности, эргодичности, нестационарности, неэргодичности и различные комбинации данных свойств для проведения метрологического анализа с использованием имитационного моделирования в информационно-измерительных системах. Предложенное алгоритмическое обеспечение позволяет установить одномерный и двумерный закон распределения вероятностей сформированной последовательности по исходному одномерному распределению ве-

роятностей некоррелированной базовой последовательности и введенной корреляционной связи между отсчетами базовой последовательности.

2. Предложены соотношения, позволяющие определить коэффициенты корреляции неэргодических нестационарных, неэргодических стационарных последовательностей.

3. Разработанная унифицированная программная система позволяет воспроизводить входные воздействия с известными характеристиками: одномерным распределением вероятностей отсчетов; коэффициентом корреляции между отсчетами в последовательности; эргодическую стационарную последовательность, эргодическую нестационарную последовательность, неэргодическую стационарную последовательность, неэргодическую нестационарную последовательность с коррелированными и некоррелированными отсчетами.

4. Рассмотренный иллюстративный пример измерения длительности локального сигнала на фоне нестационарной помехи показал, что с помощью предложенных алгоритмических процедур могут быть решены сложные задачи метрологического анализа с использованием имитационного моделирования.

СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

В рецензируемом журнале из списка ВАК

1. Рзиева, М.Т. Двумерное распределение вероятности случайной последовательности с заданной корреляцией смежных значений [Текст] / М.Т. Рзиева // Известия СПбГЭТУ «ЛЭТИ». – 2013. – №2. – С. 72-77.
2. Рзиева, М.Т. Анализ распределений вероятности случайных последовательностей с требуемыми корреляционными связями при имитационном моделировании [Текст] / М.Т. Рзиева // Известия Волгоградского государственного технического университета. Серия: Электроника, измерительная техника, радиотехника и связь. – 2014 – Вып.9 – № 10 (137) – С. 50-52.
3. Рзиева, М.Т. Особенности принятия решения по результатам сличений эталонов [Текст] / М.Т. Рзиева, Е.С. Сулоева, Э.И. Цветков // Измерительная техника. – 2014. – №7. – С. 3-7.

Публикации в других изданиях и материалы конференций

4. Рзиева, М.Т. Воспроизведение нестационарных случайных процессов // Измерения в современном мире – 2013: Сб. докл., Четвертая междунар. науч.-практ. конф., 3-5 июня 2013г. [Текст] / С.-Петербург. политехн. ун-т. – СПб, 2013. – С. 147-149.
5. Рзиева, М.Т. Верификация свойств случайных последовательностей с требуемыми характеристиками // Научные проблемы современного мира и их решения: Докл., междунар. заочная науч.-практ. конф., 08 окт. 2013г. [Текст] / Липецкая областная общественная организация Всероссийского общества изобретателей и рационализаторов, – Липецк, 2013. – С. 98-99.
6. Рзиева, М.Т. Воспроизведение входных воздействий с требуемыми корреляционными связями для проведения метрологического анализа с использованием имитационного моделирования [Текст] / М.Т. Рзиева // Вестник Северо-Западного отделения Метрологической Академии. – 2011. – Вып.25 – С. 47 – 51.
7. Рзиева, М.Т. Верификация результатов воспроизведения входных воздействий с требуемыми характеристиками [Текст] / М.Т. Рзиева // Вестник Северо-Западного отделения Метрологической Академии. – 2013. – Вып. 29 – С. 35-40.
8. М.Т. Рзиева, Э.И. Цветков, Воспроизведение числовых последовательностей с заданными свойствами [Текст] // Мир измерений – 2014. – Вып. 9 – С. 26-30.

9. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ №2014619580 «Воспроизведение входных воздействий с требуемыми характеристиками»
10. Rzieva M.T. Decisions Based on the Results of Comparisons of Standards / M.T. Rzieva, E.S. Suloeva, E.I. Tsvetkov // Measurement Techniques, 2014. – October. – P. 733-739.