

На правах рукописи

Зотов Александр Викторович

**АНАЛИЗ И СИНТЕЗ ОСОБЫХ ОПТИМАЛЬНЫХ УПРАВЛЕНИЙ
НЕЛИНЕЙНЫМИ ДИНАМИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ**

Специальность: 05.13.01 – Системный анализ, управление и обработка
информации (технические системы)

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук

Санкт-Петербург – 2014

Работа выполнена в ФГБОУ ВПО «Вятский государственный университет» на кафедре электропривода и автоматизации промышленных установок

Научный руководитель: Хорошавин Валерий Степанович
доктор технических наук, профессор

Официальные оппоненты: Веселов Геннадий Евгеньевич
доктор технических наук, доцент, директор
Института компьютерных технологий и
информационной безопасности Южного
федерального университета

Афонин Виктор Васильевич
кандидат технических наук, доцент, Национальный
исследовательский Мордовский Государственный
университет им. Н.П. Огарёва, кафедра
автоматизированных систем обработки
информации и управления

Ведущая организация: ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский национальный
исследовательский университет информационных
технологий, механики и оптики», г. Санкт-
Петербург

Защита диссертации состоится «29» декабря 2014 г. в 14-00 часов на заседании диссертационного совета Д 212.238.07 при ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)» по адресу: 197376, г. Санкт-Петербург, ул. Проф. Попова, 5.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)» и на сайте www.eltech.ru.

Автореферат разослан «28» октября 2014 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д 212.238.07
к.т.н., доцент

Цехановский В.В.

Общая характеристика работы

Актуальность работы. Для современной промышленности характерна потребность наиболее рационального использования ограниченных временных, материальных и энергетических ресурсов. Переход к оптимальному использованию оборудования, к рациональной организации технологических процессов повысит производительность труда, даст значительную экономию средств, улучшит экологическую ситуацию. Организационно-технические мероприятия и замена устаревшего оборудования являются неформализованным путём решения задачи энерго- и ресурсосбережения. Один из путей - сбережение на основе решения задач оптимального управления оборудованием и рациональная организация технологических процессов. Эти задачи для динамических объектов составили предмет теории оптимального и экстремального управления.

Нелинейные дифференциальные уравнения наиболее адекватны реальным объектам, кроме того, при оптимальном управлении реализуется движение объекта «в большом», что существенно усложняет решение задачи, а линеаризация уравнений не даёт требуемого результата.

От требований, предъявляемых к функционированию объектов, зависит выбор критерия оптимальности. В частности, для оптимального управления объектами на минимум или с ограничением ресурсов (временных, материальных, энергетических, вычислительных и др.) характерны критерии оптимальности, заданные в виде интегрального функционала.

На сложности при исследовании нелинейных объектов указывали в своих трудах отечественные и зарубежные учёные: Л.С. Понтрягин, А.А. Андронов, А.М. Летов, В.Г. Болтянский, Р.В. Гамкрелидзе, А.А. Красовский, А.А. Колесников, Н.Н. Моисеев, В.А. Олейников, Л.А. Растрингин, Р. Белман, Р. Калман, М. Атанс, П. Фалб, и другие.

Конструктивные результаты для нелинейных объектов в задачах минимума расхода ресурсов получены в работах Р. Габасова, Ф.М. Кирилловой, В.А. Олейникова, Н.С. Зотова и др.

Принцип максимума, созданный академиком Л.С. Понтрягиным и развитый в работах его учеников, до сих пор остаётся основным инструментом определения оптимальных управлений и траекторий различных динамических объектов. Однако использование принципа максимума в классическом виде является достаточно трудоёмким, получаемое управление является функцией времени, что неконструктивно для его реализации. Даже если удаётся преобразовать полученное оптимальное управление как функцию координат и параметров объекта, возникают существенные сложности с исследованием качественных свойств траекторий объекта управления. Кроме того, для нелинейных задач с линейным управлением и задачам, сводимым к таким, характерны случаи, когда принцип максимума не устанавливает связи между оптимальным управлением и вспомогательным вектором. Это приводит к тому, что задача становится особой (вырожденной). В настоящее время имеется мало общих результатов,

относящихся к определению решений вырожденной задачи оптимизации, а данная область является недостаточно проработанной. Нахождение особых управлений для нелинейных объектов – сложная, не решённая до конца задача.

Поэтому, исходя из перечисленного выше, возникает задача анализа и синтеза систем особого оптимального управления нелинейными динамическими объектами. Требуется разработка дополнительных и совершенствование существующих методов нахождения особых и оптимальных управлений техническими объектами, основанных как на использовании классических методов, так и современных методов с широким использованием современных инструментальных средств, программно-аппаратных комплексов, что позволяет наиболее полно учесть особенности объектов управления и найти пути повышения эффективности их функционирования.

Целью диссертации является разработка методов и алгоритмов анализа и синтеза особых оптимальных управлений нелинейными динамическими объектами.

Задачами диссертации являются:

1. Развитие метода определения существования, вычисления, экстремальности и оптимальности особого управления в задачах на минимум временных, материальных и энергетических ресурсов для стационарных и нестационарных нелинейных объектов.
2. Разработка алгоритмического и программного обеспечения для определения топологической структуры и бифуркационных свойств траекторий в задачах на минимум ресурсов в зависимости от структурно-функциональных особенностей объекта и критерия оптимальности.
3. Применение разработанного метода и инструментальных средств символьных и численных вычислений для исследования и проектирования систем оптимального управления техническими объектами.

Объектом исследования являются технические объекты, описываемые системой обыкновенных дифференциальных уравнений, нелинейных по координатам и линейных или нелинейных по управлению.

Предметом исследования является развитие метода анализа условий общности положения (УОП) и качественных свойств нелинейных объектов и систем управления ими.

Методы исследования: теория автоматического управления, теория оптимального управления, методы качественной теории систем обыкновенных дифференциальных уравнений (методы исследования топологической структуры особых траекторий, теория бифуркации динамических систем), численные методы, методы математического моделирования.

Научные положения диссертационной работы, выносимые на защиту:

1. Метод анализа особых оптимальных управлений нелинейными динамическими объектами на основе функционально-структурного подхода в задачах на минимум ресурсов, позволяющий систематизировать и прогнозировать свойства управлений.

2. Метод синтеза систем оптимального управления для нелинейных динамических объектов на основе совместного применения качественного и численного исследования систем дифференциальных уравнений, позволяющий отыскать топологические структуры и характер состояний равновесия нелинейных систем.
3. Методика построения беспойсковых экстремальных систем, заключающаяся в переходе от задачи экстремального управления к задаче динамической оптимизации на минимум ресурсов.

Научные результаты:

1. Метод анализа особых оптимальных управлений нелинейными стационарными и нестационарными динамическими объектами, позволяющий вычислить и определить экстремальность и оптимальность особых управлений в задачах на минимум ресурсов, найти общие свойства управлений при различных заданиях критерия оптимальности.
2. Метод синтеза систем оптимального управления для нелинейных динамических объектов, позволяющий отыскать топологические структуры и характер состояний равновесия нелинейных систем, в том числе состояний равновесия, отличных от точки экстремума статической характеристики, а также определить бифуркационные свойства траекторий объектов под действием особого управления.
3. Алгоритмы и структуры управляющих устройств в замкнутых системах, реализующие как беспойсковое экстремальное управление, так и оптимальное управление на минимум ресурсов.

Степень новизны научных результатов:

1. Метод анализа особых оптимальных управлений нелинейными динамическими объектами на основе функционально-структурного подхода в задачах на минимум ресурсов, отличающийся тем, что с целью сокращения времени, расширения области применения и повышения эффективности исследований, особые оптимальные управления и траектории находятся в явном виде от параметров и координат объекта.
2. Метод синтеза систем оптимального управления для нелинейных динамических объектов, отличающийся тем, что с целью определения оптимальности, экстремальности и асимптотической устойчивости особых управлений, качественное и численное исследование систем дифференциальных уравнений проводится совместно, что позволяет отыскать топологические структуры и характер состояний равновесия нелинейных систем, в точках, отличных от точки экстремума статической характеристики.
3. Алгоритмы и структуры управляющих устройств в замкнутых системах, отличающиеся тем, что с целью повышения их гибкости, свойства особого оптимального управления используются при различных заданиях критериев оптимальности, что позволяет снизить вычислительные затраты при синтезе систем управления.

Практические результаты диссертационной работы:

1. Разработана методика, с помощью которой на основе программных средств вычисляются особые оптимальные управления в явном виде от координат и параметров нелинейного объекта, а также области оптимальности особого управления, что позволяет повысить эффективность исследования систем управления нелинейными объектами.
2. Разработана методика, с помощью которой на основе программных средств определяются качественные свойства траекторий, и численным путём производится стыковка участков особых и неособых траекторий, что позволяет сократить время проектирования систем управления.
3. Разработана методика применения современных инструментальных средств символьных и численных вычислений для синтеза замкнутых систем оптимального и экстремального управления техническими объектами.
4. Показано применение разработанных методов анализа и синтеза на примере конкретной технической системы, что позволило получить простую и гибкую структуру системы управления, которую можно реализовать как программными, так и аппаратными средствами.

Реализация результатов. Работа выполнена в рамках гранта «Программа стратегического развития ФГБОУ ВПО «ВятГУ», номер НИР «ПСР 2.4.1–5». Полученные в работе результаты внедрены в учебный процесс на кафедре Электропривода и автоматизации промышленных установок ФГБОУ ВПО «ВятГУ».

Апробация работы. Основные положения диссертации докладывались на конференциях: международная научно-практическая конференция «Наука, образование, общество: тенденции и перспективы» 2013 г., международная научно-практическая конференция «Наука и образование в XXI веке» 2014 г., ежегодная открытая всероссийская научно-техническая конференция «Общество, наука, инновации» 2011, 2012, 2013 гг., 2-й Всероссийский конгресс молодых учёных 2013 г., IX Международная молодежная научная конференция «Тинчуринские чтения» 2014 г.

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в шестнадцати печатных работах, в том числе четырёх журнальных статьях (перечня ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, рекомендованных ВАК для публикации основных научных результатов), двенадцати сборниках материалов международных и всероссийских научно-технических конференций.

Структура и объём работы. Работа состоит из введения, четырёх глав, заключения, списка литературы, четырёх приложений, изложенных на 188 страницах текста, содержит 81 рисунок, 5 таблиц. Список литературы содержит 123 работы.

Краткое содержание работы

Во введении обосновывается актуальность темы, формулируются цели работы, и отмечается новизна полученных результатов.

Первая глава посвящена постановке основной задачи, разработке алгоритма программы определения выполнения условий общности положения в расширенном пространстве координат объекта и нахождению особых траекторий и особых управлений в явном виде от состояний и параметров нелинейной задачи при различных видах минимизируемого интегрального функционала, а также обзору методов исследования особых ситуаций.

Предметом исследования диссертации являются конечномерные непрерывные стационарные и нестационарные объекты управления, описываемые системой обыкновенных дифференциальных уравнений в форме Коши

$$\dot{x}_i = f_i(x_1, \dots, x_n, U_1, \dots, U_m), i = 1, 2, \dots, n, m \leq n. \quad (1)$$

Предполагается что нелинейные функции $f_i(x, U)$ дифференцируемы достаточное число раз по своим переменным. Ставится оптимальная задача с ограничением ресурсов – определить вектор-функции $U \in \Omega \subset R_m$, $x \in \Omega_x \subset R_n$, доставляющее для объекта с дифференциальными связями (1) минимум интегральному функционалу

$$J = \int_0^T f_0(x, U) dt, \quad (2)$$

где T - время перехода из начального состояния $x(0)$ в конечное $x(T)$ может быть задано или не задано заранее, граничные условия $x(0)$, $x(T)$ определены на множестве стационарных состояний объекта или в малой его окрестности, непрерывная функция $f_0(x, U)$ предполагается дифференцируемой функцией своих переменных x и U . Задачи с ограничениями на управление и фазовые переменные наиболее адекватны вариационным задачам, возникающим в технических приложениях. Для решения подобных задач используется созданный Л.С. Понтрягиным и его учениками принцип максимума, являющийся в общем случае необходимым условием оптимальности.

Основным источником особых ситуаций, в которых принцип максимума не даёт однозначной связи оптимального управления и вспомогательного вектора, служат оптимальные задачи с линейным управлением. При линейном скалярном управлении система уравнений нелинейного объекта (1) запишется в векторной форме

$$\dot{x} = A(x) + B(x)U, \quad (3)$$

где x – n -мерный вектор состояний объекта, $A(x)$ и $B(x)$ - функциональные матрицы-столбцы в евклидовом пространстве R_n .

Далее основная задача (1), (2) подразделяется на ряд задач с линейным управлением, которые получаются при конкретизации функционала (2), и для каждой задачи определяются условия существования особого режима. Для задач на минимум ресурсов аппарат условий общности положения для нелинейных

систем учитывает подынтегральное выражение функционала и позволяет записать особое управление в функции состояний нелинейного объекта.

Для объекта (3) в задаче минимизации функционалов

$$J = \int_0^T f_0(x) dt, \quad J = \int_0^T U dt, \quad J = \int_0^T (f_0(x) + \alpha U) dt \quad (4)$$

где T - время перехода не задано, в пространстве R_{n+1} переходят к расширенной системе $(n+1)$ -го дифференциального уравнения

$$\dot{\tilde{x}} = A(\tilde{x}) + B(\tilde{x})U, \quad (5)$$

в которой $\tilde{x} = (x_0 \ x^T)^T \in R_{n+1}$, $A(\tilde{x}) = (f_0(x) \ A^T(x))^T$, $B(\tilde{x}) = (\alpha \ B^T(x))^T$, где T - знак транспонирования.

Условия общности положения для нелинейных систем в расширенном пространстве координат R_{n+1} выполняются, если матрица D_{n+1} образована из векторов $B_j, j=1,2,\dots,n+1$, вычисленных по рекуррентному соотношению

$$B_j(\tilde{x}, U, \dot{U}, \dots) = \frac{\partial B_{j-1}}{\partial U^{(j-3)}} \frac{d^{(j-3)}U}{dt^{(j-3)}} + \frac{\partial B_{j-1}}{\partial \tilde{x}} (A(\tilde{x}) + B(\tilde{x})U) - \left(\frac{\partial A(\tilde{x})}{\partial \tilde{x}} + \frac{\partial B(\tilde{x})U}{\partial \tilde{x}} \right) B_{j-1}, \quad (6)$$

где $j=2, 3, \dots, n, n+1$, $B_1(\tilde{x}) = B(\tilde{x})$, и ранг матрицы D_{n+1} размера $(n+1) \times (n+1)$ равен $(n+1)$.

Уравнение для $B_j, j=2,3,\dots,n+1$ получено путём последовательного дифференцирования n раз по времени скалярного произведения $(\Psi, B(\tilde{x})\omega) = 0$, характеризующего существование особого режима на интервале времени $t \in [t_1, t_2]$, где ω - вектор, параллельный некоторой грани или ребру многогранника ограничений по управлению Ω .

Так как многогранник Ω ограничений по U имеет конечное число ребер, то проверка условий общности положения осуществляется конечным числом операций для каждой компоненты вектора U . Особые управления, вычисленные при векторах $B_1(\tilde{x}) = B(\tilde{x})$ и $B_1(\tilde{x}, U) = B(\tilde{x})U$, совпадают.

Из выражения для определителя матрицы D_{n+1} выделяются следующие ситуации. Условия общности положения выполняются, $\det D_{n+1} = \text{const} \neq 0$, оптимальное управление однозначно определяется принципом максимума и имеет релейный характер с максимально допустимыми амплитудами управления на интервалах. Условия общности положения не выполняются, из выражения $\det D_{n+1} = F(x) = 0$ определяется конечное множество особых траекторий, на которых принцип максимума не позволяет однозначно установить оптимальное управление. Условия общности положения не выполняются, из выражения $\det D_{n+1} = F(x, U, \dot{U}, \dots) = 0$ определяется множество особых управлений в функции фазовых координат и параметров системы. Условия общности положения

тождественно не выполняются для любых управлений и состояний системы и $\det D_{n+1} \equiv 0$, откуда следует, что принцип максимума, как необходимое условие оптимальности, удовлетворяется нетривиальным образом для любых управлений и оптимальное управление в задаче не единственно.

Применение условий вычисления особого управления распространяется на класс оптимальных задач, нелинейных как по фазовым переменным, так и по управлению, например для задач с квадратичным функционалом

$$\dot{x} = A(x) + B(x)U, \quad J = \int_0^T (f_0(x) + \alpha U^2) dt. \quad (7)$$

Осуществляется переход к новой эквивалентной задаче с линейным управлением в расширенном пространстве координат $(n+2)$. Вводится новая переменная $x^0 = U$ и в новой системе на x^0 воздействует ограниченное линейное управление Y через линейное звено – интегратор. Новая система

$$\dot{\hat{x}} = A(\hat{x}) + B(\hat{x})Y, \quad (8)$$

где $\hat{x} = (x^0 \tilde{x}^T)^T \in R_{n+2}$, $A(\hat{x}) = (0 \ f_1(\tilde{x}) \ f_2(\tilde{x}) \ \dots \ f_n(\tilde{x}))^T$, $B(\hat{x}) = (1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0)^T$, T - знак транспонирования, и эквивалентный заданному интегральный функционал

$$J = \int_0^T (f_0(x) + \alpha (x^0)^2) dt. \quad (9)$$

Условия особого режима в новой задаче определяются равенством $\det D_{n+2} = 0$, если матрица D_{n+2} образована из векторов $B_j, j=1,2,\dots,n+1,n+2$, вычисленных по рекуррентному соотношению

$$B_j(\hat{x}, U, \dot{U}, \dots) = \frac{\partial B_{j-1}}{\partial Y^{(j-4)}} \frac{d^{(j-4)} Y}{d\hat{x}^{(j-4)}} + \frac{\partial B_{j-1}}{\partial \hat{x}} (A(\hat{x}) + B(\hat{x})Y) - \left(\frac{\partial A(\hat{x})}{\partial \hat{x}} + \frac{\partial B(\hat{x})Y}{\partial \hat{x}} \right) B_{j-1}. \quad (10)$$

где $j=2,3,\dots,n,n+1,n+2$, $B_1(\hat{x}) = B(\hat{x}) = (0 \ B^T(\tilde{x}))^T$. Для новой задачи в общем случае получается множество особых управлений Y и его производных по времени в функции фазовых переменных \hat{x} : $\det D_{n+2} = F_1(x, Y, \dot{Y}, \dots) = 0$. При

обратной замене переменных $\frac{d^{k-1} Y}{dt^{k-1}} = \frac{d^k U}{dt^k}, k=1,2,\dots$ принимается за искомое особое управление $F(x, U, \dot{U}, \dots) = 0$.

Из условия особого режима $\Psi \equiv 0$ и $\frac{d^p(\Psi, B(x))}{dt^p} \equiv 0$, программно определяется аналитическая зависимость между вспомогательными переменными и состояниями системы в виде $\Psi(x)$. Подставляя эту зависимость в необходимые

условия Келли $\frac{\partial}{\partial U} \left(\frac{d^2}{dt^2} \left(\frac{\partial H}{\partial U} \right) \right) = \Phi_1(x, \Psi) \geq 0$, программно определяются области оптимального особого управления в функции фазовых координат $\Theta_1(x) \geq 0$. Если

условие Келли неэффективно, применяют условия Коппа-Мойера $\frac{\partial}{\partial U} \left(\frac{d^4}{dt^4} \left(\frac{\partial H}{\partial U} \right) \right) = \Phi_2(x, \Psi) \leq 0$.

Система (3) исследуется программным путем методами качественной теории обыкновенных дифференциальных уравнений с целью нахождения топологической структуры и бифуркационных свойств оптимального управления.

Вторая глава посвящена исследованию программным путём оптимального с ограничением ресурсов управления для нелинейных объектов с последовательным соединением звеньев.

Проведён анализ оптимального управления в задачах, нелинейных по координатам и линейных по управлению для объекта второго порядка вида

$$\dot{x}_1 = \frac{k_1 U - k_2 x_1}{T_1}, \quad \dot{x}_2 = \frac{k_3 |x_1 - a|^q + b - x_2}{T_2}, \quad (11)$$

в задаче минимизации функционала

$$J = \int_0^T (x_1 - x_{1t})^p dt, \quad T - \text{не задано}. \quad (12)$$

Выполнение условий общности положения в расширенном пространстве координат R_3 характеризует определитель матрицы D_3

$$\begin{aligned} \det D_3 = & qp(x_1 - a)^{q-2} (x_1 - x_{1t})^{p-2} \left((k_2 T_2 (q - p) - T_1) x_1^2 + \right. \\ & + \left(k_1 T_2 (p - q) U + (k_2 T_2 (1 - q) + T_1) x_{1t} + a (k_2 T_2 (p - 1) + T_1) \right) x_1 + \\ & \left. + k_1 T_2 \left((q - 1) x_{1t} + a(1 - p) \right) U - a T_1 x_{1t} \right). \end{aligned} \quad (13)$$

Анализ выражения (13) при различных соотношениях параметров позволяет выбрать такой вид функционала (12), при котором экстремум статической характеристики точка (a, b) является устойчивым состоянием равновесия при движении системы под особым управлением.

Для нелинейного объекта с квадратичной статической характеристикой

$$\dot{x}_1 = \frac{k_1 U - k_2 x_1}{T_1}, \quad \dot{x}_2 = \frac{k_3 (x_1 - a)^2 + b - x_2}{T_2}, \quad (14)$$

и критерия $J = \int_0^T x_1^2 dt$, где T – не задано, найдены оптимальное управление

(состоящее из участков релейного и особого управлений), области оптимальности особого управления, состояния равновесия объекта управления (устойчивое и неустойчивое), произведена стыковка участков оптимальных траекторий,

показана зависимость вида оптимальной последовательности управлений от граничных условий движения объекта. Численным путём установлено, что оптимальное управление может существовать в области, не удовлетворяющей условию оптимальности Келли.

Для объекта (14) и функционала $J = \int_0^T (c_1 x_1^2 + c_2 U^2) dt$, где T – не задано, найдено многократно продифференцированное особое управление

$$\begin{aligned} & \frac{4k_1^2 k_3}{T_1^4 T_2^2} \left(((a - x_1)T_1 + (k_2 a - k_1 U)T_2) c_2 T_1 \dot{U} + \right. \\ & + c_2 k_1 k_2 T_2 U^2 + \left. \left((T_1 - k_2 T_2) c_2 k_2 x_1 + a (c_1 k_1^2 T_2 - c_2 k_2 T_1) \right) U + \right. \\ & \left. + c_1 k_1 x_1 (T_1 x_1 - a (T_1 + k_2 T_2)) \right) = 0. \end{aligned} \quad (15)$$

Применение формального способа решения дифференциального уравнения (15) позволило в алгебраическом виде найти вид особого управления в функции координат и параметров объекта при сохранении топологии траекторий.

Рассмотрены нестационарные нелинейные объекты с экстремальной статической характеристикой (например $\dot{x}_1 = \frac{k_1 U - k_2 x_1}{T_1}$,

$\dot{x}_2 = \frac{k_3 |x_1 - a|^q + b + c \sin t - x_2}{T_2}$ для аддитивного вхождения времени в

математическое описание, $\dot{x}_2 = \frac{(1 + c \sin t)(k_3 |x_1 - a|^q + b) - x_2}{T_2}$ для

мультипликативного вхождения времени, $\dot{x}_2 = \frac{(k_3 |x_1 - a - c \sin t|^q + b) - x_2}{T_2}$ для

смешанного вхождения времени) в задаче минимизации функционала $J = \int_0^T x_1^p dt$,

где T – не задано. Нестационарность этих объектов проявляется в дрейфе статической характеристики, который может быть вертикальным или горизонтальным и получается при различном вхождении времени в уравнения движения объекта - аддитивном, мультипликативном и смешанном. Проведённый анализ позволяет выбрать такой параметр p в функционале, при котором экстремум статической характеристики является устойчивым состоянием равновесия, а система управления осуществляет отслеживание дрейфа точки экстремума.

Для рассмотренных выше стационарных и нестационарных объектов управления найдены управляющие воздействия, которые переводят объекты из произвольной точки в состояние равновесия, отличное от точки экстремума статической характеристики.

Третья глава посвящена исследованию программным путём оптимального с ограничением ресурсов управления нелинейными объектами с параллельным и смешанным соединением звеньев.

На примере нелинейного объекта с параллельной структурой, показаны характерные свойства оптимального управления для критерия $J = \int_0^T U^2 dt$, где T – не задано, выявлены бифуркационные свойства особого управления при одинаковых и неодинаковых параллельно соединённых звеньях, а также показаны зависимость топологии траекторий от граничных условий и параметров объекта. Показано, что полученное многократно продифференцированное управление

$$\begin{aligned} & \frac{b_1 b_2}{4\sqrt{x_1^3 x_2^3}} \left(k_1 k_2 U^2 (b_2 x_1 - b_1 x_2) - 2k_1 k_2^2 x_1 \sqrt{x_2} U + 2k_1^2 k_2 x_2 \sqrt{x_1} U - \right. \\ & \left. - 2b_2 k_2 \sqrt{x_1^3} U \dot{U} + 4k_2^2 \sqrt{x_1^3 x_2} \dot{U} + 2b_1 k_1 \sqrt{x_2^3} U \dot{U} - 4k_1^2 \sqrt{x_1 x_2^3} \dot{U} \right) = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

в некоторых областях фазового пространства не удовлетворяет накладываемым ограничениям на величину управления. Применение формального способа решения дифференциального уравнения позволило в алгебраическом виде найти вид особого управления в функции координат и параметров объекта при сохранении топологии траекторий.

Четвёртая глава посвящена вопросам исследования полученного оптимального управления по критерию минимума отклонения координат и сравнения его с ПИ-законом управления на примере конкретного нелинейного объекта, а также синтезу системы оптимального управления и стабилизации.

Проведено сравнение величины интегрального критерия $J = \int_0^T x_1 dt$ в переходных процессах для конкретного объекта при кусочно-непрерывном оптимальном управлении, непрерывном квазиоптимальном управлении (полученными на основе развитой в работе методики) и управления посредством ПИ-регулятора с адаптивным коэффициентом усиления. Показаны преимущества и недостатки данных законов управления, выявлена значительная экономия ресурсов при использовании кусочно-непрерывного оптимального управления по сравнению с классическим методом регулирования.

Представлена реализация совмещённой системы оптимального управления нагревательной камерой с минимумом расхода теплоносителя в переходном процессе и стабилизации объекта в точке на статической характеристике для задачи вида:

$$\dot{x}_1 = kU, \quad \dot{x}_2 = \frac{1}{\tau} \cdot (x_1 - x_1^2 - x_2), \quad J = \int_0^T x_1 dt \quad (17)$$

где

U - напряжение управления приводом заслонки;

x_1 - угол поворота заслонки α ;

x_2 - температура в камере;
 k, τ - параметры объекта, характеризующие коэффициент передачи и инерционность объекта.

В заключении сформулированы основные выводы по диссертационной работе в целом.

В Приложениях приведены программы в системе Maple:

1. Программа нахождения условий общности положения для систем произвольной размерности.
2. Программа нахождения областей оптимальности особого управления исходя из условий Келли и Коппа-Мойера.
3. Программа качественного исследования системы обыкновенных дифференциальных уравнений на плоскости.
4. Программа численного поиска оптимальной траектории и стыковки участков траектории под особым и неособым управлениями.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертационной работе проведено исследование и получено новое решение задачи оптимального управления на минимум ресурсов. Основные результаты диссертации:

1. Развита метод определения существования, вычисления, экстремальности и оптимальности особого управления в задачах на минимум временных, материальных и энергетических ресурсов для стационарных и нестационарных нелинейных объектов в пространстве состояний этих объектов.
2. Разработан метод, позволяющий на основе программных средств символьных вычислений оценивать оптимальные управления, систематизировать и прогнозировать свойства управлений при различных заданиях критерия оптимальности.
3. Развита метод определения топологической структуры и бифуркационных свойств траекторий в задачах на минимум ресурсов в зависимости от структурно-функциональных особенностей объекта и критерия оптимальности с помощью современных инструментальных средств символьных вычислений.
4. Разработана методика построения беспойсковых экстремальных систем управления, заключающаяся в переходе от задачи экстремального управления к задаче динамической оптимизации на минимум ресурсов.
5. Развита метод нахождения особых управлений, доставляющих асимптотическую устойчивость объекту управления в точке, отличной от точки экстремума статической характеристики.
6. Проведён сравнительный анализ ПИ-закона управления и полученных в работе оптимального и квазиоптимального законов управления в задаче оптимального перехода и стабилизации.

7. Разработаны алгоритмы и структуры управляющих устройств в замкнутых системах, реализующие как беспойсковое экстремальное управление, так и оптимальное управление на минимум ресурсов.
8. Показаны пути применения разработанных программных средств символьных вычислений для аналитического конструирования и структурного синтеза при исследовании и проектировании систем оптимального управления конкретными техническими объектами.

Дальнейшие исследования целесообразно проводить в направлении исследований многократно продифференцированных управлений, многоконтурных структур объектов управления и определение областей управляемости, структурного синтеза управлений по критериям эффективности и сложности реализации программным путем, а также синтеза оптимальных систем управления на основе искусственных нейронных сетей и нечеткой логики.

Публикации по теме диссертации

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

Публикации в изданиях, рекомендованных ВАК России, и приравненных к ним:

1. Зотов, А.В. Исследование эффективности систем управления нелинейными динамическими объектами второго порядка с экстремальной статической характеристикой / А.В. Зотов, В.С. Хорошавин, Д.В. Иштутинов // Мехатроника, автоматизация, управление - М.: Новые технологии, 2014. с.23 – 28.
2. Свид. 2012616795 Российская Федерация. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ. Программа вычисления особого оптимального управления для инерционных объектов произвольного порядка в системе компьютерной алгебры Maple / В.С. Хорошавин, А.В. Зотов; заявитель и правообладатель ФГБОУ ВПО «Вятский государственный университет» (RU). - №2012616795; заявл. 30.05.2012; опубл. 30.07.2012, Реестр программ для ЭВМ. – 5 с.
3. Хорошавин В.С. Экстремальное управление нестационарными нелинейными объектами при вертикальном дрейфе статической характеристики с аддитивным вхождением времени в математическое описание [Электронный ресурс] / В.С. Хорошавин, А.В. Зотов, С.И. Охапкин, В.С. Грудинин // Современные проблемы науки и образования. – 2014. – № 2; URL: <http://www.science-education.ru/116-12911> (дата обращения: 28.04.2014).
4. Охапкин С.И. Экстремальное управление нестационарными нелинейными объектами при вертикальном дрейфе статической характеристики с мультипликативным вхождением времени в математическое описание [Электронный ресурс] / С.И. Охапкин, А.В. Зотов, В.С. Хорошавин, В.С. Грудинин // Современные проблемы науки

и образования. – 2014. – № 2; URL: <http://www.science-education.ru/116-12912> (дата обращения: 28.04.2014).

5. Зотов А.В. Экстремальное управление нестационарными нелинейными объектами при горизонтальном дрейфе статической характеристики со смешанным вхождением времени в математическое описание [Электронный ресурс] / А.В. Зотов // Современные проблемы науки и образования. – 2014. – № 2; URL: <http://www.science-education.ru/116-12897> (дата обращения: 25.04.2014).

Другие статьи и материалы конференций:

6. Зотов, А.В. Нахождение особого управления для двухкоординатной динамической системы с помощью пакета программ Maple / А.В. Зотов, В.С. Хорошавин // Общество, наука, инновации (НТК-2011): ежегод. открыт. всерос. науч.-технич. конф., 16-27 апр. 2011.; сб. материалов ВятГУ. – Киров, 2011.
7. Зотов, А.В. Синтез структуры управляющего устройства оптимального управления нагревательной камерой с поворотной заслонкой / А.В. Зотов, В.С. Хорошавин // Общество, наука, инновации (НТК-2011): ежегод. открыт. всерос. науч.-технич. конф., 16-27 апр. 2012.; сб. материалов / ВятГУ. – Киров, 2012.
8. Зотов, А.В. Оптимальное сопряжение неособых и особых участков управления двухкоординатной динамической системы / А.В. Зотов, В.С. Хорошавин // Общество, наука, инновации (НТК-2011): ежегод. открыт. всерос. науч.-технич. конф., 16-27 апр. 2012.; сб. материалов / ВятГУ. – Киров, 2012.
9. Зотов, А.В. Нахождение закона управления непрерывными инерционными объектами второго порядка с экстремальной статической характеристикой, доставляющего асимптотическую устойчивость в состоянии равновесия, отличном от точки экстремума / А.В. Зотов // «Наука, образование, общество: тенденции и перспективы»: сб. научн. трудов по материалам Международной научно-практической конференции 31 января 2013 г. В 7 частях. Часть III. / Мин-во обр и науки – М.: «АР-Консалт», 2013 г. – 165 с. – стр. 66-70.
10. Зотов, А.В. Реализация оптимального на минимум ресурсов управления динамическими объектами второго порядка с экстремальной статической характеристикой посредством сопряжения участков управления на примере искусственной нейронной сети / А.В. Зотов // Наука, образование, общество: тенденции и перспективы: сб. научн. трудов по материалам Международной научно-практической конференции 31 января 2013 г. В 7 частях. Часть III. / Мин-во обр. и науки – М.: «АР-Консалт», 2013 г. – 165 с. – стр. 70-76.
11. Зотов, А.В. Нахождение закона управления по критерию минимума ресурсов двумя параллельно соединёнными линейными динамическими объектами / А.В. Зотов, В.С. Хорошавин // Общество, наука, инновации

- (НПК-2013): ежегод. открыт. всерос. науч.-технич. конф., 15-26 апр. 2013.; сб. материалов ВятГУ – Киров, 2013.
12. Зотов, А.В. Эффективность использования систем управления по критерию минимума ресурсов / А.В. Зотов // Труды 2-го Всероссийского конгресса молодых учёных. Секция «Электротехнические системы и средства управления ими». СПб, ИТМО, 2013. – с. 299-300.
 13. Зотов, А.В. Нахождение особого управления для системы параллельно соединённых цилиндрических резервуаров / А.В. Зотов, В.С. Хорошавин // Наука и образование в XXI веке: сб. научн. трудов по материалам Международной научно-практической конференции 30 декабря 2013 г. Часть V. Мин-во обр. и науки – М.: «Ар-Консалт», 2014. – с.134 – 135.
 14. Зотов, А.В. Бифуркационные свойства особого управления для системы параллельно соединённых цилиндрических резервуаров / А.В. Зотов, В.С. Хорошавин // Наука и образование в XXI веке: сб. научн. трудов по материалам Международной научно-практической конференции 30 декабря 2013 г. Часть V. Мин-во обр. и науки – М.: «Ар-Консалт», 2014. – с.136 – 137.
 15. Зотов, А.В. Устойчивость траекторий при особом управлении для системы параллельно соединённых цилиндрических резервуаров / А.В. Зотов, В.С. Хорошавин // Наука и образование в XXI веке: сб. научн. трудов по материалам Международной научно-практической конференции 30 декабря 2013 г. Часть V. Мин-во обр. и науки – М.: «Ар-Консалт», 2014. – с.138 – 139.
 16. Зотов, А.В. Особые управления параллельно соединёнными цилиндрическими резервуарами / А.В. Зотов, В.С. Хорошавин // Труды IX Международной молодежной научной конференции «Тинчуринские чтения». Секция «Физико-математическая». Казань, «КГЭУ», 2014.