

*На правах рукописи*

Нгуен Ван Шо

РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ КОНЕЧНОЭЛЕМЕНТНЫХ МЕТОДОВ  
МОДЕЛИРОВАНИЯ АКУСТОЭЛЕКТРОННЫХ КОМПОНЕНТ  
НА ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛНАХ

Специальность: 01.04.06 – Акустика

АВТОРЕФЕРАТ  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Санкт-Петербург – 2012

Работа выполнена в ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» имени В.И.Ульянова (Ленина)» на кафедре электроакустики и ультразвуковой техники

Научный руководитель: доктор технических наук, профессор  
Осетров Александр Владимирович

Официальные оппоненты: доктор технических наук  
Попков Сергей Владимирович  
с.н.с., начальник лаборатории ФГУП «Крыловский  
государственный научный центр»  
  
кандидат физико-математических наук  
Жучкова Марина Геннадьевна  
с.н.с. ФГБУН «Институт проблем машиноведения  
РАН»

Ведущая организация: ОАО «Авангард», г. Санкт-Петербург

Защита диссертации состоится «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2012 года в \_\_\_\_\_ часов  
на заседании диссертационного совета Д212.238.06 Санкт-Петербургского  
государственного электротехнического университета «ЛЭТИ» имени В.И.Ульянова  
(Ленина) по адресу: 197376, Санкт-Петербург, ул. Проф. Попова, 5, ауд. \_\_\_\_\_.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке университета.

Автореферат разослан « \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2012 года.

Ученый секретарь  
диссертационного совета  
Д212.238.06, к.т.н., доцент



А.М. Боронахин

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы.** Проектирование устройств, работа которых основывается на использовании поверхностных акустических волн (ПАВ), является перспективным направлением научных исследований, имеющим ярко выраженное практическое приложение, поскольку такие устройства находят широкое применение в мобильной связи, навигации и медицинской аппаратуре, где выполняют функции фильтров, датчиков и устройств обработки сигналов. Устройства на ПАВ проектируются с использованием компьютерного моделирования, поскольку этот путь намного дешевле и быстрее, чем изготовление и исследование конкретных прототипов. Постоянное ужесточение требований к параметрам устройств приводит к необходимости совершенствования методов их расчета, и здесь немаловажную роль имеют численные методы, в частности метод конечных элементов (МКЭ), который позволяет учитывать реальную геометрию электродов, что не удастся сделать в рамках аналитических методов.

Методы численных расчетов устройств на ПАВ особенно интенсивно развивались на протяжении последних двадцати лет, однако практически полностью были привязаны к разработке специализированных программных средств, обусловленных специфичностью задачи и ограниченностью вычислительных ресурсов. МКЭ предлагался к использованию в совокупности с другими методами или даже полностью замещался такими методами. В настоящее время в силу высокой производительности вычислений предпочтительным является использование универсального МКЭ, который позволяет расширить круг разработчиков, которым доступно моделирование устройств акустоэлектроники, и существенно ускорить во времени процесс расчета акустических характеристик новых устройств.

Основное применение при расчетах параметров поверхностных акустических волн сегодня находят пакеты *ANSYS* и *COMSOL Multiphysics*. Однако в большинстве случаев рассматривается затратная с точки зрения вычислений трехмерная модель, хотя для многих приложений достаточно ограничиться двухмерной моделью. На пути использования стандартных МКЭ пакетов для пьезоэлектрических анизотропных сред встает проблема специфической сложности такой задачи, обусловленная, прежде всего, необходимостью вычислений всех трех компонент вектора механических смещений для двухмерной задачи распространения ПАВ. Попытка ограничиться только двумя компонентами смещений приводит к существенным погрешностям, выходящим за рамки допустимых. Поэтому актуальным для моделирования устройств на ПАВ является разработка и исследование методов расчета, позволяющих учитывать все три пространственных компоненты механического смещения в двухмерной задаче.

**Объектом исследования** в диссертации являются поверхностные акустические волны, распространяющиеся в пьезоэлектрических анизотропных средах, как при наличии, так и при отсутствии металлических электродов.

**Предметом исследования** в работе являются волновые процессы, характеризующие распространение упругих волн в пьезоэлектрике при наличии металлических электродов, нанесенных на поверхность пьезоэлектрика.

**Целью диссертационной работы** является разработка и исследование методов расчета параметров поверхностных акустических волн в пьезоэлектрических анизотропных средах с использованием метода конечных элементов.

**Достижение цели работы обеспечено решением следующих задач:**

- исследование распространения поверхностной акустической волны в полубесконечной пьезоэлектрической среде как при отсутствии, так и при наличии решетки металлических электродов, нанесенной на поверхность пьезоэлектрика;
- исследование влияния учета двух и трех компонент механических смещений на характеристики акустических полей в двухмерной задаче распространения ПАВ;
- исследование зависимости параметров ПАВ от геометрической формы металлических электродов, конфигурации решетки электродов и материала подложки;
- анализ дисперсии скорости распространения ПАВ в пьезоэлектриках при наличии решетки электродов;
- расчет СОМ-параметров (СОМ: “*coupling-of-modes*” – связанные моды) для системы с бесконечно периодической решеткой электродов.

**Методы исследования:** теоретические исследования осуществлялись с использованием методов математической физики, математического моделирования, а также численных методов расчета. Математическое моделирование проводилось с использованием математических пакетов *MATLAB*, *COMSOL Multiphysics*; результаты моделирования сравнивались с опубликованными данными измерений.

**Достоверность полученных результатов** оценивалась путем сопоставления результатов предложенных методов с результатами аналитических расчетов и ранее опубликованными данными экспериментов:

- в случае исключения металлических электродов известны точные аналитические решения, результаты которых полностью совпали с предложенными методами;
- для случаев материалов и срезов, где в поверхностной акустической волне присутствуют лишь две компоненты смещений, было проведено сравнение с результатами расчетов в пакетах, позволяющих анализировать сагиттально поляризованные волны, показавшее идентичность с результатами расчетов по предложенным методам;
- для ряда сложных геометрий доказательства достоверности брались из опубликованных ранее результатов эксперимента.

**Научная новизна работы:**

1. Предложен новый метод, основанный на использовании уравнений пьезоакустики в обобщенной системе дифференциальных уравнений PDE-элемента метода конечных элементов, позволяющий учитывать все три компоненты механических смещений и эффект механической нагрузки электродов в двухмерной задаче распространения поверхностных акустических волн.

2. Предложен способ задания граничных условий для использования метода конечных элементов в случае несовпадения периода электродов и длины поверхностной акустической волны, который был использован для получения дисперсионных зависимостей скорости ПАВ.

3. Применение предложенного метода для расчета СОМ-параметров, набор которых позволяет рассчитать произвольное устройство на ПАВ с применением известных процедур.

4. Получены расчетные зависимости параметров ПАВ от формы электродов, среза материала подложки и от ряда других факторов для типовых пьезоэлектрических материалов.

**Практическая ценность** диссертационной работы заключается в:

- возможности использования стандартного программного обеспечения МКЭ для проведения расчетов ПАВ в двухмерных системах с произвольной геометрической структурой;
- применении двухмерного метода конечных элементов для задачи распространения ПАВ с тремя ненулевыми компонентами механических смещений;
- возможности использования выявленных зависимостей параметров ПАВ от формы электродов и параметров материала подложки;
- возможности проектирования устройств на ПАВ, таких как фильтры, линии задержки, резонаторы и т.д. на основе СОМ-параметров, рассчитанных с использованием предложенного метода;
- внедрении в учебный процесс и в практику научных исследований кафедры электроакустики и ультразвуковой техники.

**Научные положения, выносимые на защиту:**

1. При расчете параметров устройств на ПАВ с использованием метода конечных элементов для достижения высокой точности необходимо использовать модель с тремя компонентами вектора механических смещений при решении двухмерной задачи распространения ПАВ.

2. Двухмерная задача распространения ПАВ в системе с металлическими электродами при наличии трех ненулевых компонент вектора механического смещения сводится к обобщенной системе дифференциальных уравнений, допускающей применение общедоступных вычислительных пакетов МКЭ.

3. СОМ-параметры для поверхностных акустических волн в системе «пьезоэлектрик – бесконечно периодическая система металлических электродов» определяются методом конечных элементов с помощью набора двух типов задач: нахождения собственных частот и частотного отклика.

4. При распространении ПАВ в системе с металлическими электродами возникает область аномальной дисперсии скорости ее распространения. Расчет аномальной дисперсии рекомендуется осуществить с использованием предложенного способа задания граничных условий.

**Апробация результатов исследования.** Основные результаты исследований докладывались и обсуждались в научно-технической семинаре «Инновационные разработки в технике и электронике СВЧ» (г. Санкт-Петербург, 25-26 января 2011); Международной научной конференции «Days on diffraction» (г. Санкт-Петербург, 28 мая – 1 июня, 2012); Всероссийской конференции «Микроэлектроника СВЧ» (г. Санкт-Петербург, 4-7 июня 2012); V научно-технической конференции молодых специалистов по радиоэлектронике (г. Санкт-Петербург, 18 апреля 2012); семинаре по вычислительной и теоретической акустике Научного Совета по акустике РАН (г. Санкт-Петербург, 3 апреля 2012); а также на научно-технической конференции профессорско-преподавательского состава СПбГЭТУ «ЛЭТИ».

**Публикации.** По теме диссертации опубликовано 9 статей, из них – 3 статьи в ведущих рецензируемых изданиях, рекомендованных в действующем перечне ВАК, 2 статьи в других изданиях, 4 доклада на международных, всероссийских и межвузовских научно-технических конференциях.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из введения, четырех глав с выводами, заключения. Она изложена на 130 страницах машинописного текста, включает 33 рисунка, 6 таблиц, 4 приложения и содержит список литературы из 112 наименований.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** обоснована актуальность диссертационной работы, определена область исследований, сформулированы цели и задачи диссертации, изложены основные результаты, их теоретическая и практическая значимость. Сформулированы научные положения, выносимые на защиту. Рассмотрена структура диссертационной работы.

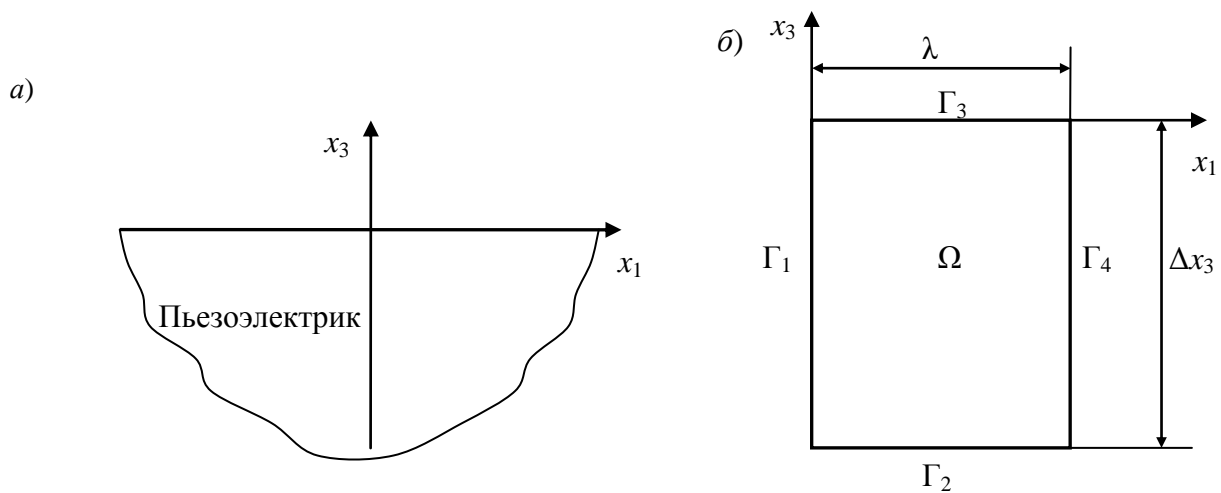
**Первая глава** содержит сведения о ПАВ и устройствах на ПАВ, нашедших наибольшее распространение в радиотехнических системах. Представлен обзор литературы по методам вычисления ПАВ, в частности, метод конечных элементов. Рассмотрены ограничения метода конечных элементов и подходы по их преодолению. Рассмотрены математические модели устройств на ПАВ: среди классических – модель дельта-функций и модель эквивалентных схем, а среди современных – модель связанных мод (СОМ) и модель  $P$ -матрицы. Приведены сведения из теории связанных мод и рассмотрены ее ограничения.

Во **второй главе** приведено решение методом конечных элементов двухмерных задач распространения ПАВ в полубезграничной среде без встречно-штыревого преобразователя (ВШП) и при наличии ВШП с использованием периодических граничных условий.

Первая задача – распространение ПАВ в полубезграничной пьезоэлектрической среде, физическая модель которой показана на рис. 1, а. Математически распространение акустической волны описывается уравнениями пьезоакустики, задающимися в виде [1]

$$\begin{cases} C_{ijkl} \frac{\partial^2 U_k}{\partial x_j \partial x_l} + e_{kij} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_j \partial x_k} = \rho \frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2} \\ e_{ijk} \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i \partial x_k} - \varepsilon_{ij} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_i \partial x_j} = 0 \end{cases}, (i, j, k, l = 1, 2, 3). \quad (1)$$

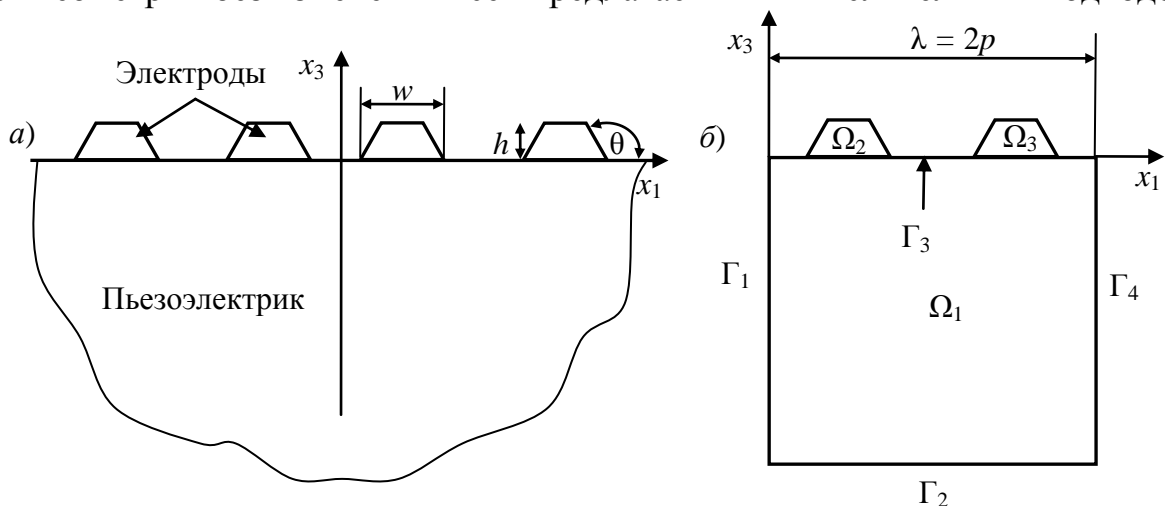
где  $U_i$  – компоненты вектора механического смещения;  $\varphi$  – электрический потенциал;  $C$ ,  $e$ ,  $\varepsilon$  – тензоры модулей упругости, пьезомодулей и диэлектрической проницаемости соответственно;  $\rho$  – плотность среды.



**Рис. 1** – Модели распространения акустических волн в полубезграничной среде: а) физическая модель, б) модель МКЭ

При использовании метода конечных элементов физическая модель сведена к конечно протяженной модели МКЭ (рис. 1, б). Область задачи  $\Omega$  задается конечной: по одной координате ( $x_1$ ) равной длине волны  $\lambda$ , а по другой координате ( $x_3$ ) – равной величине  $\Delta x_3$ , достаточной для затухания ПАВ. На границах  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_4$  задаются периодические граничные условия, на  $\Gamma_3$  граничные условия для свободной поверхности и на  $\Gamma_2$  принимается отсутствие акустического и электрического полей.

Вторая задача – распространение ПАВ в системе, состоящей из пьезоэлектрической подложки с нанесенной на ней металлической решеткой электродов конечной толщины с чередующимися электрическими потенциалами, так называемым встречно-штыревым преобразователем, физическая модель системы показана на рис. 2, а. Геометрическая форма металлических электродов определяется шириной  $w$ , высотой  $h$  и углом наклона  $\theta$ . Обосновывается возможность задания более сложной геометрии без изменения всех предлагаемых вычислительных подходов.



**Рис. 2.** Модели ВШП: а) физическая модель, б) модель МКЭ

Для области пьезоэлектрической подложки уравнения акустики описываются уравнениями (1). Для области металлических электродов выбирается первое уравнение системы (1), при этом тензор пьезомодулей является нулевым, т.е. второе слагаемое в

уравнении будет отсутствовать. Дифференциальные уравнения для областей следует дополнить граничными условиями для внутренних и внешних границ.

В модели МКЭ постановка аналогична случаю без электродов, при этом размер модели по координате  $x_1$  должен выбираться равным периоду структуры  $2p$ . Граничные условия заданы аналогично как в случае без электродов. Кроме того, на границе раздела электродов и пьезоэлектрика механические условия обеспечивают непрерывность вектора механических смещений  $\mathbf{U}$ , а электрические условия определяют значения электрических потенциалов, приложенных к электродам.

Рассматривается задача нахождения собственных частот конечных областей, показанные на рис. 1, б, рис. 2, б и определения по этим частотам некоторых параметров ПАВ.

Основная особенность задачи (1) – наличие трех ненулевых компонент вектора механического смещения при рассмотрении двумерной задачи распространения ПАВ. В программных пакетах (таких как *NASTRAN*, *ANSYS* или *COMSOL Multiphysics*), работа которых основана на МКЭ, существуют программные модули, позволяющие моделировать устройства на ПАВ, но при этом игнорируется одна из компонент смещений. Поэтому при проведении моделирования, в частности, выбирались такие материалы, срезы и направления распространения ПАВ, которые обеспечивают условия распространения сагиттально поляризованной ПАВ или ПАВ с незначительной составляющей  $U_2$  (т.е.  $|U_2| \ll |U_1|, |U_3|$ ). Это позволило сопоставить предлагаемый подход с известными ранее для частного случая  $U_2 = 0$  и выявить ошибки, возникающие при расчете произвольной ПАВ, включающей все три ненулевых компоненты.

Предложен новый метод, позволяющий учитывать все три ненулевых компоненты вектора смещения. Этот метод основан на сведении уравнений задачи (1) к системе дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка, которая после перехода от временной области к частотной имеет вид

$$\mathbf{e}\mathbf{a} \cdot \omega^2 \cdot \mathbf{u} - \nabla \cdot (\mathbf{c}\nabla\mathbf{u}) = 0, \quad (2)$$

где  $\omega$  – угловая частота;  $\mathbf{u} = (U_1, U_2, U_3, \varphi)^T$ ;  $\nabla$  – оператор набла;

$$\mathbf{e}\mathbf{a} = \begin{pmatrix} -\rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\rho & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\rho & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{c} = \begin{pmatrix} \mathbf{c}_{11} & \mathbf{c}_{12} & \mathbf{c}_{13} & \mathbf{c}_{14} \\ \mathbf{c}_{21} & \mathbf{c}_{22} & \mathbf{c}_{23} & \mathbf{c}_{24} \\ \mathbf{c}_{31} & \mathbf{c}_{32} & \mathbf{c}_{33} & \mathbf{c}_{34} \\ \mathbf{c}_{41} & \mathbf{c}_{42} & \mathbf{c}_{43} & \mathbf{c}_{44} \end{pmatrix}.$$

При этом подматрицы  $\mathbf{c}_{ij}$  имеют размерность  $3 \times 3$  для общего случая трехмерной модели и зависят от параметров материала областей  $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$ . Если материал – пьезоэлектрик (как в области  $\Omega_1$ ), то матрица  $\mathbf{c}$  зависит от пьезоэлектрических констант  $C_{ij}$ ,  $e_{kj}$ ,  $\varepsilon_{mn}$  ( $i, j = 1, 2, \dots, 6$ ;  $k, m, n = 1, 2, 3$ ), записанных в матричной форме. Для двумерной задачи параметры ПАВ не зависят от координаты  $x_2$ , все производные по координате  $x_2$  обращаются в ноль, а подматрицы  $\mathbf{c}_{ij}$  трансформируются к размерности  $2 \times 2$  и имеют следующую форму:



$$\begin{aligned}
\mathbf{c}_{11} &= \begin{pmatrix} C_{11} & C_{15} \\ C_{51} & C_{55} \end{pmatrix}; & \mathbf{c}_{12} &= \begin{pmatrix} C_{16} & C_{14} \\ C_{56} & C_{54} \end{pmatrix}; & \mathbf{c}_{13} &= \begin{pmatrix} C_{15} & C_{13} \\ C_{55} & C_{53} \end{pmatrix}; & \mathbf{c}_{14} &= \begin{pmatrix} e_{11} & e_{31} \\ e_{15} & e_{35} \end{pmatrix}; \\
\mathbf{c}_{21} &= \begin{pmatrix} C_{61} & C_{65} \\ C_{41} & C_{45} \end{pmatrix}; & \mathbf{c}_{22} &= \begin{pmatrix} C_{66} & C_{64} \\ C_{46} & C_{44} \end{pmatrix}; & \mathbf{c}_{23} &= \begin{pmatrix} C_{65} & C_{63} \\ C_{45} & C_{43} \end{pmatrix}; & \mathbf{c}_{24} &= \begin{pmatrix} e_{16} & e_{36} \\ e_{14} & e_{34} \end{pmatrix}; \\
\mathbf{c}_{31} &= \begin{pmatrix} C_{51} & C_{55} \\ C_{31} & C_{35} \end{pmatrix}; & \mathbf{c}_{32} &= \begin{pmatrix} C_{56} & C_{54} \\ C_{36} & C_{34} \end{pmatrix}; & \mathbf{c}_{33} &= \begin{pmatrix} C_{55} & C_{53} \\ C_{35} & C_{33} \end{pmatrix}; & \mathbf{c}_{34} &= \begin{pmatrix} e_{15} & e_{35} \\ e_{13} & e_{33} \end{pmatrix}; \\
\mathbf{c}_{41} &= \begin{pmatrix} e_{11} & e_{15} \\ e_{31} & e_{35} \end{pmatrix}; & \mathbf{c}_{42} &= \begin{pmatrix} e_{16} & e_{14} \\ e_{36} & e_{34} \end{pmatrix}; & \mathbf{c}_{43} &= \begin{pmatrix} e_{15} & e_{13} \\ e_{35} & e_{33} \end{pmatrix}; & \mathbf{c}_{44} &= \begin{pmatrix} -\varepsilon_{11} & -\varepsilon_{13} \\ -\varepsilon_{31} & -\varepsilon_{33} \end{pmatrix}.
\end{aligned} \tag{3}$$

Когда материал является изотропным (как в областях  $\Omega_2, \Omega_3$  металлических электродов), выражения (3) справедливы, если пьезоэлектрические константы считать нулевыми (то есть  $e_{kj} = 0$ ), а упругие константы  $C_{ij}$  задать равными упругим модулям изотропного материала или выразить через константы Ламе.

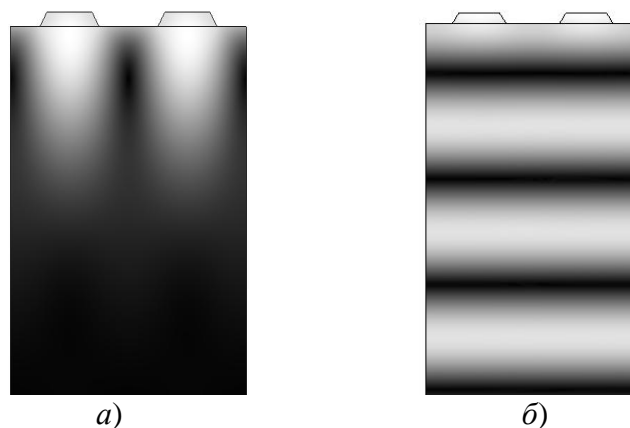
Система уравнений (2) используется для реализации в основанных на МКЭ программных средствах, позволяющих задавать в качестве входных данных систему обобщенных дифференциальных уравнений. В данной работе для проведения моделирования выбран пакет *COMSOL Multiphysics*, позволяющий в режиме «PDE» (Partial Differential Equations – дифференциальные уравнения в частных производных), форме «*coefficient form*» (форма задания коэффициентов дифференциальных уравнений) задавать обобщенную систему дифференциальных уравнений при анализе собственных значений в виде

$$\nabla \cdot (-\mathbf{c} \cdot \nabla \mathbf{u} - \boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{u} + \boldsymbol{\gamma}) + \boldsymbol{\beta} \cdot \nabla \mathbf{u} + \mathbf{a} \cdot \mathbf{u} = \mathbf{f} + \mathbf{d}\mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\xi} \mathbf{u} - \mathbf{e}\mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\xi}^2 \mathbf{u}, \tag{4}$$

где  $\xi$  – собственное значение;  $\mathbf{a}, \mathbf{c}, \mathbf{e}\mathbf{a}, \mathbf{d}\mathbf{a}, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}$  – матрицы размерностью  $N \times N$  ( $N$  – число независимых переменных);  $\mathbf{u}, \mathbf{f}, \boldsymbol{\gamma}$  – векторы размерностью  $N$ . При этом  $e a_{lk}$ ,  $d a_{lk}$ ,  $a_{lk}$ ,  $f_l$  ( $k$  и  $l$  меняются от 1 до  $N$ ) есть скаляры, а  $\boldsymbol{\alpha}_{lk}$ ,  $\boldsymbol{\beta}_{lk}$ ,  $\boldsymbol{\gamma}_l$  – векторы, имеющие количество компонент  $n$ , равное числу пространственных переменных (трем для трехмерной задачи и двум для двухмерной);  $\mathbf{c}_{lk}$  – матрица размерностью  $n \times n$ , характеризующая анизотропию материала. Матрица  $\mathbf{e}\mathbf{a}$  называется «массовой матрицей».

Уравнение (2) сводится к уравнению (4), если задать:  $N = 4$ , что соответствует трем компонентам вектора механического смещения и электрическому потенциалу;  $\mathbf{a}, \mathbf{d}\mathbf{a}, \mathbf{f}, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\gamma}$  нулевыми матрицами; а угловую частоту  $\omega$  считать искомым собственным значением.

Результатом моделирования является набор собственных частот задачи, каждой из которых соответствует свое распределение физического поля. Необходимо разделить решения, соответствующие стоячим объемным и поверхностным волнам. Разделение можно осуществить по виду поля в области  $\Omega$ . На рис. 3 показан характер поля поверхностной волны (энергия сосредоточивается у поверхности) и объемной волны (энергия распределяется по всей глубине), где темные области определяют зону узлов, а светлые – пучностей.



**Рис. 3.** Виды стоячих волн: а) поверхностные волны; б) объемные волны

Для случая свободной поверхности при решении получается ряд собственных частот, соответствующих ПАВ, которые кратны нижней из них частоте  $\omega_0$ . Зная  $\omega_0$ , можно определить скорость ПАВ по формуле

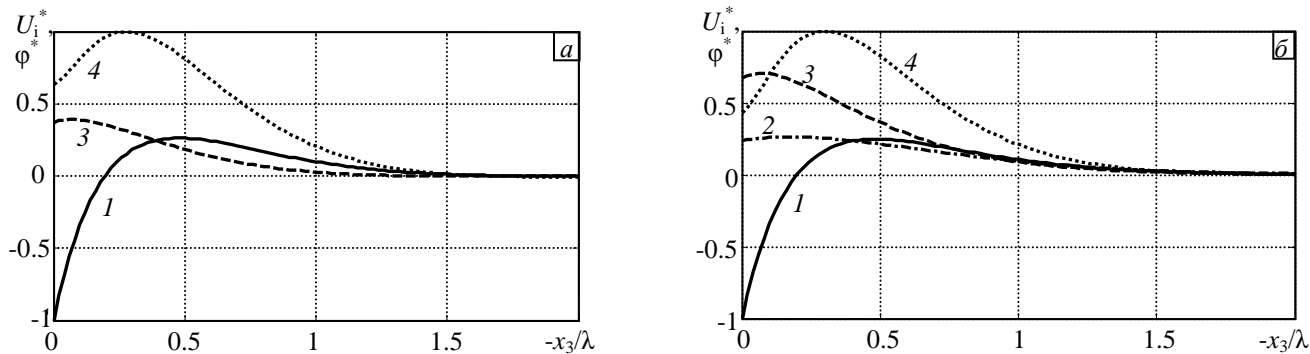
$$v_0 = \frac{\lambda \cdot \omega_0}{2\pi}.$$

В таблице 1 показаны значения скорости ПАВ, рассчитанные с использованием разных приближений. Данные, приведенные в таблице, свидетельствуют о совпадении результатов аналитического и численного подходов с использованием МКЭ при учете трех компонент смещений; точность решения может быть увеличена заданием более мелкой сетки и выбором большей протяженности пьезоэлектрика в направлении затухания ПАВ. Для среза GaAs (0; 0; 0) вторая компонента смещения равна нулю (ПАВ является сагиттально поляризованной), поэтому скорость ПАВ в этом материале с учетом всех трех компонент смещения не отличается от скорости ПАВ при наличии только двух ненулевых компонент.

Таблица 1 – Скорость ПАВ, рассчитываемая с использованием разных приближений

Метод решения	Материал	
	GaAs (0;0;0)	LiNbO <sub>3</sub> (0;0;0)
	Скорость ПАВ $v_0$ , [м/с]	
аналитический метод	2722.3	3787.1
COMSOL	2722.3	3902.0
МКЭ с учетом двух компонент смещений	2722.3	3902.0
МКЭ с учетом трех компонент смещений	2722.3	3787.2

Причина значительной разницы скоростей ПАВ для среза LiNbO<sub>3</sub> (0; 0; 0) следует из сопоставления рис. 4, а и рис. 4, б. Видно, что максимальные значения компоненты смещения  $U_2$  составляют порядка 30% от значений других компонент смещения, таким образом, предположение  $U_2 = 0$  является некорректным. Кроме того, существенно различается соотношение между первой и третьей компонентами смещения (доля  $U_3$  более значительна на рис. 4, б), а также изменяется характер зависимости электрического потенциала (происходит более резкий перепад  $\phi$  между значением на границе подложки и максимальным значением).

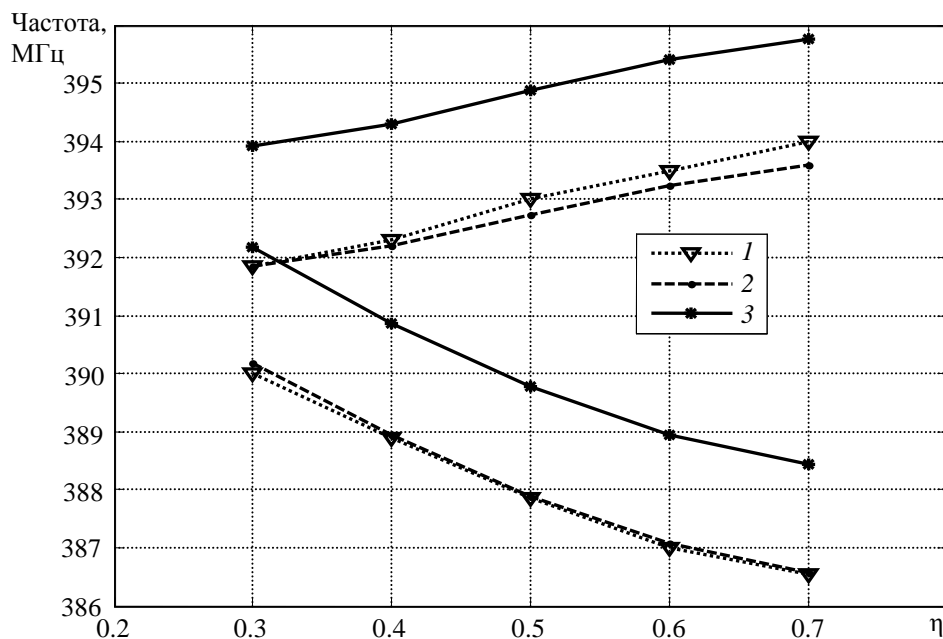


**Рис. 4.** Распределение в направлении затухания ПАВ компонент механического смещения  $U_i^* = U_i/U_{\max}$  и электрического потенциала  $\varphi^* = \varphi/\varphi_{\max}$ , нормированных по их наибольшим значениям соответственно, для модели с двумя (а) и тремя (б) компонентами смещения;

$$U_1^* - \text{кривая } 1, U_2^* - 2, U_3^* - 3, \varphi^* - 4$$

Если в дополнение к допущению двумерного характера задачи считать ПАВ сагиттально поляризованной, то можно учитывать только две компоненты  $U_1$  и  $U_3$  вектора механических смещений, то есть набор неизвестных сократится до трёх –  $U_1$ ,  $U_3$ ,  $\varphi$ . Для этого частного случая результаты, найденные посредством предлагаемого метода, можно сравнить с результатами вычислений при использовании существующих модулей в программных пакетах (например, для *COMSOL Multiphysics* это мода «*piezo plane strain application*» акустического модуля). Такое сравнение, показавшее идентичность результатов, было проведено для дополнительной проверки достоверности приведенных в работе формул (см. таблицу 1).

Известно, что при наличии металлических электродов при проведении моделирования возникают два семейства собственных частот для ПАВ, которые кратны одной из нижних частот  $\omega_1$  или  $\omega_2$  двух разных ПАВ решений. Соответствующие  $\omega_1$  и  $\omega_2$  частоты, выраженные в Гц, будем обозначать как  $f_1$  и  $f_2$ .



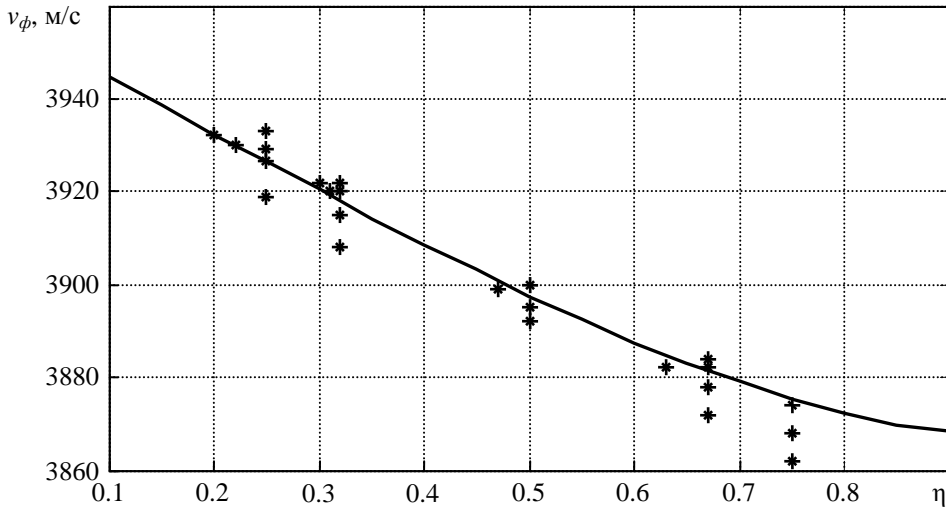
**Рис. 5.** Зависимость двух частот  $f_1$  и  $f_2$ , соответствующих ПАВ, от коэффициента металлизации для кварца (0; 127.5°; 0):  
1 – эксперимент;  
2 – МКЭ с учетом трех компонент смещений;  
3 – COMSOL (с учетом двух компонент смещений)

Было выполнено моделирование для решетки с параметрами  $h = 250$  нм,  $p = 4$  мкм,  $\theta = 90^\circ$ . Результаты измерения [2] и моделирования зависимости двух частот ( $f_1$  и  $f_2$ ) от коэффициента металлизации  $\eta = w/p$  (см. рис. 2) для среза кварц (0; 127.5°; 0) показаны на рис. 5. Следует отметить, что результаты моделирования МКЭ с учетом

трех компонент смещений в большей степени совпадают с результатами эксперимента, нежели результаты многих пакетов МКЭ, в том числе и COMSOL, учитывающих лишь две компоненты.

По двум собственным частотам можно определить фазовую скорость ПАВ  $v_\phi$ , которая наблюдается в реальных устройствах на ПАВ и является одним из параметров при использовании метода связанных мод, используя выражение [3]

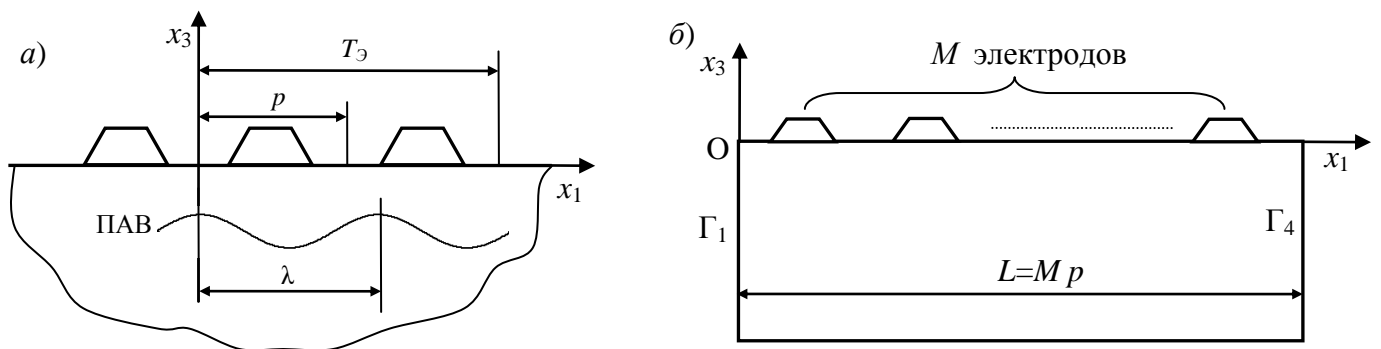
$$v_\phi = \frac{f_1 + f_2}{2} \lambda . \quad (5)$$



**Рис. 6.** Зависимость фазовой скорости от коэффициента металлизации на  $\text{LiNbO}_3$   $128^\circ\text{Y-X}$ : (\*) отвечает эксперименту, сплошная линия – МКЭ расчету

На рис. 6 показано сопоставление зависимости фазовой скорости  $v_\phi$  от коэффициента металлизации, рассчитанной МКЭ (три компоненты смещения), с экспериментальными результатами [4], для подложки  $\text{LiNbO}_3$   $128^\circ\text{Y-X}$  при  $\theta = 90^\circ$ ,  $h/\lambda = 0.3\%$ . Хорошее совпадение результатов моделирования с данными эксперимента (рис. 5, 6) служит еще одним подтверждением корректности выбранного метода и приведенных выражений.

**В третьей главе** проведен анализ дисперсии скорости распространения ПАВ при наличии ВШП с использованием предлагаемого метода, описанного во второй главе.



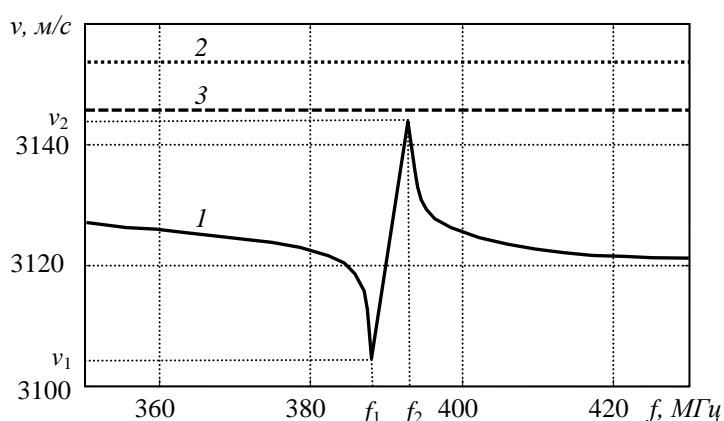
**Рис. 7.** Модель ВШП: а) физическая модель, б) модель МКЭ

На рис. 7 показаны физическая модель и модель МКЭ для исследуемой системы. На рис. 7, а,  $\lambda$  обозначает длину условно показанной ПАВ;  $T_3$  – период структуры электродов;  $p$  – ее полупериод ( $T_3 = 2p$ ). Волна, распространяющаяся на поверхности подложки, частично отражается от электродов, при этом возникают две ПАВ, бегущие

навстречу друг другу. В соответствии с условием Брэгга, связь между этими волнами наиболее сильная, когда выполняется условие:  $\lambda = 2p$ . Однако в реальных устройствах, работающих в определенном диапазоне частот, это условие не всегда выполнено и требуется расчет поля ПАВ при  $\lambda \neq 2p$ .

В случае невыполнения условия Брэгга ( $\lambda \neq 2p$ ) предлагается другая модель МКЭ (по сравнению с моделью на рис. 2, б) – модель с  $M$  электродами (см. рис. 7, б), укладываемымися на длине  $L = Mp$ . Для боковых границ  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_4$  задаются периодические граничные условия  $\mathbf{u}|_{\Gamma_1} = \pm \mathbf{u}|_{\Gamma_4}$ , где знак «+» соответствует случаю, когда длина структуры  $L$  кратна длине волны  $\lambda$  (т.е.  $L = n\lambda$ ,  $n$  – целое число), а знак «-» соответствует случаю, когда  $L = (n + 1/2)\lambda$ . Все остальные граничные условия задаются аналогично модели для случая  $\lambda = 2p$ . Будем решать такую же задачу МКЭ с нахождением собственных частот, которых окажется тем больше, чем больше величина  $M$ . Для каждой собственной частоты, соответствующей ПАВ, по виду поля можно определить число полупериодов волны, укладываемых на длине  $L$ , т.е. целое число  $N$ , соответствующее условию  $L = N\lambda/2$ . Тогда значение  $T_3/\lambda$  для данной собственной частоты определится по формуле:  $T_3/\lambda = N/M$ . Выбирая разные собственные частоты можно найти конечный дискретный ряд значений  $T_3/\lambda$  и построить дисперсионную кривую. Очевидно, что шаг дискретного ряда по параметру  $T_3/\lambda$  будет определяться числом  $M$ .

Рассмотрим результаты вычисления скоростей ПАВ при моделировании системы, состоящей из алюминиевых электродов ( $h = 250$  нм,  $p = 4$  мкм,  $\theta = 90^\circ$  и коэффициентом металлизации  $\eta = 0.5$ ), нанесенных на пьезоэлектрическую подложку ST-X кварца. На рис. 8 представлена зависимость фазовой скорости ПАВ от частоты возбуждения (кривая 1), и проведено сравнение с фазовыми скоростями для такой же подложки при отсутствии электродов (кривая 2) и полностью металлизированной поверхности (кривая 3).



**Рис. 8.** Скорости ПАВ для среза ST-X кварца; кривая 1 – с электродами, кривая 2 – без электродов, кривая 3 – полностью металлизированной поверхности

Можно сделать вывод о том, что, во-первых, при наличии электродов наблюдается эффект зависимости фазовой скорости ПАВ от частоты (дисперсия), и, во-вторых, фазовая скорость в системе с электродами существенно отличается от таковой при отсутствии электродов. Оба эти эффекта должны учитываться при проектировании ПАВ устройств. Если полагать справедливым усредненное значение фазовой скорости  $v = (v_1 + v_2)/2$ , то для некоторых частотных компонент ошибка в

определении фазовой скорости может достигать 20 м/с, что является существенной величиной и может приводить к недопустимым ошибкам проектирования ПАВ устройств. Когда условие  $T_3 = \lambda$  выполнено, существуют две собственных частоты  $f_1 < f_2$ , соответствующие двум ПАВ с разными скоростями  $v_1 < v_2$ . Практически это означает наличие дисперсии внутри полосы  $(f_1, f_2)$ .

**В четвертой главе** представлено сведение о методах расчета параметров связанных мод (СОМ-параметров) и так же описана процедура извлечения СОМ-параметров при использовании описанных ранее МКЭ.

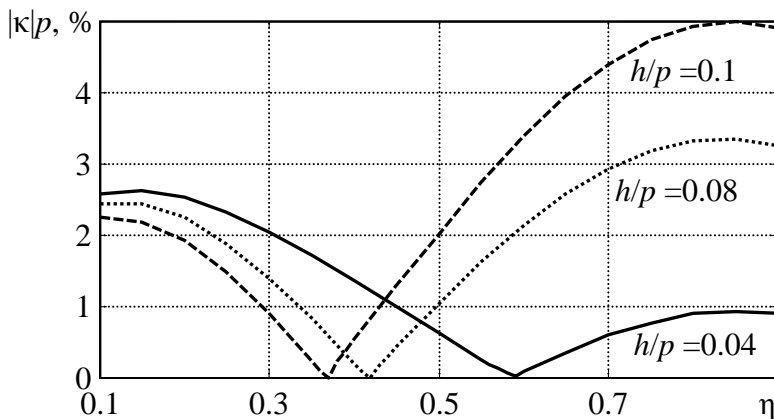
В случае присутствия ВШП возникают две распространяющиеся в противоположные стороны ПАВ, подпитывающих друг друга за счет переотражений от электродов. Для упрощения расчетов конкретных устройств пренебрегают зависимостью решения от глубины, а в рассмотрение вводят модель R- и S-волн, представляя решение в виде т.н. связанных мод [1]:

$$\begin{cases} \frac{dR(x)}{dx} = -j\delta R(x) + j\kappa S(x) + j\alpha V; \\ \frac{dS(x)}{dx} = j\delta S(x) - j\kappa^* R(x) - j\alpha^* V; \\ \frac{dI(x)}{dx} = -2j\alpha^* R(x) - 2j\alpha S(x) + j\omega CV, \end{cases}$$

где акустические поля  $R$  и  $S$  на поверхности пьезоэлектрика связаны с током  $I$  и напряжением  $V$  ВШП с помощью коэффициентов отражения  $\kappa$ , прохождения  $\delta$ , преобразования  $\alpha$  и удельной емкости  $C$ , называемых СОМ-параметрами; знаком  $*$  обозначена операция комплексного сопряжения.

Для извлечения СОМ-параметров, предлагается совместно использовать два типа вычислений. Первый тип вычислений – анализ собственных мод, который позволяет определить три различных собственных частоты (одну для случая без электродов и две в случае с электродами). Из них можно определить фазовую скорость по формуле (5) и коэффициент отражения  $\kappa$  по следующей формуле [3]

$$\kappa = \pi \frac{\omega_2 - \omega_1}{2\omega_0 p}.$$



**Рис. 9.** Зависимость коэффициента отражения от коэффициента металлизации при разных высотах электродов для среза LiNbO<sub>3</sub> 128° Y-X

На рис. 9 представлены результаты вычислений коэффициента отражения при изменении коэффициента металлизации и высоты электродов для среза LiNbO<sub>3</sub> 128° Y-

Х. В этом случае следует отметить, что при каждой высоте электродов можно выбрать коэффициент металлизации, чтобы получить близкий к нулю коэффициент отражения. Это позволяет проектировать ВШП с малыми внутренними отражениями.

Для определения остальных СОМ-параметров, используется второй тип решения – частотный анализ. При этом сначала задаются электрические напряжения, возбужденные на электродах. Затем решается электростатическая задача для получения распределения поверхностного заряда, на основании полученного решения определяется проводимость [2]. Из кривой частотной характеристики проводимости можно извлечь остальные СОМ-параметры в соответствии с известной процедурой [3].

**В заключении** сформулированы основные результаты, достигнутые в ходе выполнения диссертационной работы.

### **Основные выводы и результаты**

1. Проведено моделирование ПАВ методом конечных элементов и определены параметры ПАВ для случаев свободной поверхности и при наличии ВШП.

2. Предложен новый метод, основанный на использовании уравнений пьезоакустики в обобщенной системе дифференциальных уравнений PDE-элемента, позволяющий учитывать все три компоненты механических смещений и эффект механической нагрузки электродов.

3. Предложен новый способ задания граничных условий, используемых при решении задачи с периодической структурой электродов при несовпадении периода решетки и длины ПАВ; он был использован для получения кривой дисперсии и расчета некоторых параметров для модели связанных мод. При наличии электродов наблюдается эффект зависимости фазовой скорости ПАВ от частоты (дисперсия). Фазовая скорость в системе с электродами существенно отличается от таковой при отсутствии электродов.

4. Проведен расчет параметров ПАВ (и в частности, параметров для модели связанных мод) с использованием метода конечных элементов. Исследовано влияние формы электродов, влияние материала и также углов ориентации материала подложки на параметры ПАВ.

5. Предлагаемый подход непосредственно обобщается на случай нескольких слоев, лежащих на подложке, на случай двух полубезграничных твердых сред, а также на более сложную геометрию ВШП.

### **Список цитированной литературы**

1. Morgan D. Surface acoustic wave filters // London, Academic Press, 2007, 448 p.
2. Hofer M., Finger N., Kovacs G., Schöberl J., Zaglmayr S., Langer U., Lerch R. Finite-element simulation of wave propagation in periodic piezoelectric SAW structures // IEEE Trans. UFFC. – 2006. – Vol. 53, № 6. – pp. 1192-1201.
3. Plessky V., Koskela J. Coupling-of-Modes Analysis of SAW Devices // International Journal of High Speed Electronics and Systems, Vol. 10, № 4, pp. 867–947, 2000.
4. Wright P.V. Modeling and Experimental Measurements of the Reflection Properties of SAW Metallic Gratings // IEEE Ultras. Symp., pp. 54-63, 1984.

## СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

### *Публикации в изданиях, включенных в перечень ВАК:*

1. Нгуен В.Ш., Осетров А.В. Анализ поверхностных акустических волн в области встречно-штыревого преобразователя // Известия СПбГЭТУ "ЛЭТИ" - 2011. - №1, с. 81-88.
2. Нгуен В.Ш., Осетров А.В. Расчет параметров поверхностных акустических волн в пьезоэлектриках методом конечных элементов // Вычислительная механика сплошных сред. – 2011. – Т. 4. – № 4. – с. 71-80.
3. Нгуен В.Ш., Осетров А.В. Особенности задания граничных условий в задаче распространения поверхностных акустических волн при наличии электродов // Известия СПбГЭТУ "ЛЭТИ" - 2012. - №5, с. 99-106.

### *Публикации в других изданиях:*

4. Nguen V.S., Osetrov A.V. FEM calculation of coupling-of-modes parameters for SAW devices (Расчет СОМ-параметров с использованием МКЭ для устройств на ПАВ) // Proceedings of the IEEE Russia. North West Section. - 2011. - №1. - pp. 75-78.
5. Нгуен В.Ш., Осетров А.В. Акустоэлектронные устройства СВЧ и их моделирование // Тез. докл. научно-технич. семинара «Инновационные разработки в технике и электронике СВЧ». - СПб, 25-26 января 2011 - СПб, 2011, с. 30-32.
6. Нгуен В.Ш., Осетров А.В. Моделирование работы встречно-штыревого преобразователя с использованием метода конечных элементов // Сборник докладов V научно-технич. конф. молодых специалистов по радиоэлектронике - Санкт-Петербург, 18 апреля 2012 - СПб, 2012, ISBN 978-5-905687-83-9, с. 11-15.
7. Nguen V.S., Osetrov A.V. Surface waves propagation models in semi-infinite systems with gratings (Модели распространения ПАВ в полубезграничных системах при наличии решетки) // Days on diffraction'2012, St.Petersburg, May 28–June 1, 2012, pp. 89–90.
8. Нгуен В.Ш., Осетров А.В. Моделирование поверхностных акустических волн в акустоэлектронных устройствах со встречно-штыревыми преобразователями методом конечных элементов // Сборник трудов всероссийской конференции "Микроэлектроника СВЧ" - Санкт-Петербург, 4-7 июня 2012 - СПб, 2012, Т.2, с. 267-270.
9. Nguen V.S., Osetrov A.V. Study of dispersion of SAW propagation in piezoelectric in the presence of electrodes (Изучение дисперсии распространения ПАВ в пьезоэлектриках при наличии электродов) // Proceedings of the IEEE Russia. North West Section. - 2012. - №3 - pp. 59-61.