

На правах рукописи

Гомонов Александр Дмитриевич

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
УРОВЕННОЙ ПОВЕРХНОСТИ ОКЕАНА ПО СПУТНИКОВЫМ ДАННЫМ
НА ОСНОВЕ ДВУМЕРНОЙ *B*-СПЛАЙН АППРОКСИМАЦИИ**

Специальность 05.13.18 - Математическое моделирование, численные методы
и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Санкт-Петербург — 2011

Работа выполнена на кафедре высшей математики и программного обеспечения
ЭВМ Мурманского государственного технического университета

Научный руководитель - доктор технических наук, доцент
Середа Альгирдас-Владимир Игнатьевич

Официальные оппоненты: доктор технических наук, профессор кафедры
теоретических основ электротехники
Санкт-Петербургского государственного
электротехнического университета «ЛЭТИ»
им. В.И. Ульянова (Ленина)
Бычков Юрий Александрович

доктор технических наук, профессор, заведующий
кафедрой физики Мурманского государственного
технического университета
Морозов Николай Николаевич

Ведущая организация: кафедра океанологии Санкт-Петербургского
государственного университета

Защита состоится « ____ » _____ 2011 г. в ____ часов на заседании со-
вета по защите докторских и кандидатских диссертаций Д 212.238.01 Санкт-
Петербургского государственного электротехнического университета «ЛЭТИ»
им. В.И. Ульянова (Ленина) по адресу: ул. Проф. Попова, д. 5, Санкт-Петербург, 197376

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке СПбГЭТУ.

Автореферат разослан « ____ » _____ 2011 г.

Ученый секретарь совета по защите
докторских и кандидатских диссертаций, к.т.н.

Щеголева Н.Л.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Исследование природных динамических процессов часто предполагает математическое моделирование тех или иных пространственно распределенных физических полей, изучение которых позволяет решать важные с точки зрения практических приложений задачи. Для процессов, протекающих в пространственных областях в реальном масштабе времени, теоретическое описание которых отсутствует, математическое моделирование может быть осуществлено лишь на основе аппроксимации известных данных измерений с помощью выбранного класса функций. При этом, как правило, возникает ряд проблем. Во-первых, необходимые (для восстановления пространственных распределений исследуемых характеристик процесса) измерения не могут быть осуществлены одновременно, а накапливаются в течение некоторого промежутка времени. В результате измерения, полученные в начале указанного временного промежутка, могут оказаться неактуальными в конце этого промежутка. Во-вторых, измерения, которыми располагает исследователь, как правило, представлены в пространственных точках, нерегулярно расположенных в исследуемой области. В-третьих, восстановленные по результатам измерений пространственные распределения исследуемых характеристик могут иметь слишком короткий период стабильности, практически мгновенно теряя практическую актуальность. В-четвертых, часто оказывается важным не столько восстановление с заданной точностью пространственного распределения той или иной характеристики исследуемого динамического процесса, сколько пространственные тенденции изменения этой характеристики в заданной области. При этом существенным оказывается определение требуемого пространственного масштаба изменчивости.

Подобного рода задачи могут возникать, например, в океанологии, метеорологии и т.п. В данной работе решается задача восстановления уровенной поверхности океана, отличающейся, как известно, временной изменчивостью, на основе накапливающихся во времени в заданной акватории данных спутниковых наблюдений. Несмотря на имеющиеся исследования, проводившиеся в этой связи в океанологии, эта задача сохраняет свою актуальность. Кроме этого она имеет достаточно важное практическое значение, поскольку знание уровенной поверхности океана позволяет, например, вырабатывать более обоснованные прогнозы рыбопромысловой обстановки.

Следует отметить, что на данный момент времени реализовано несколько математических моделей и программ, позволяющих строить поля аномалий уровенной поверхности океана. Однако во всех них заложен слишком большой период осреднения спутниковых данных (минимум 10 суток), что является абсолютно неприемлемым для определения быстро изменяющихся гидродинамических структур в океане. Кроме того, существующие модели работают, как правило, в диапазоне широт $\pm 72^\circ$, что тоже в свою очередь является существенным их недостатком.

Вышеизложенные факты говорят о том, что поиск математического метода для построения карт уровенной поверхности Мирового океана по вдольтрековым данным альтиметрии за более короткие периоды (менее 10 суток) в диапазоне широт $\pm 81,5^\circ$, а также разработка методики, алгоритма и программной реализации являются весьма актуальными.

Целью диссертационной работы являются разработка математической модели уровенной поверхности океана методом аппроксимации спутниковых вдольтрековых альтиметрических данных двумерными B -сплайнами и реализация на ее основе программных средств, устойчиво работающих в различных широтах.

В соответствии с указанной целью в работе потребовалось решение следующих **задач**:

1. Выполнение обзора существующих методов и их сравнительный анализ построения уровенной поверхности Мирового океана.

2. Разработка методики определения временного периода устойчивости уровенных поверхностей Мирового океана.
3. Построение математической модели уровенной поверхности Мирового океана.
4. Разработка метода подбора параметров математической модели уровенной поверхности в заданной акватории океана по спутниковым вдольтрековым альтиметрическим данным.
5. Разработка методики определения минимально необходимого времени для накопления вдольтрековых альтиметрических данных, обеспечивающих адекватное реальным процессам моделирование уровенной поверхности океана в соответствии с разработанной математической моделью.
6. Разработка программного комплекса, реализующего предложенный метод восстановления уровенной поверхности, с последующим отображением результатов его работы в электронной картографической системе.
7. Построение карт уровенных поверхностей Мирового океана в заданных акваториях двумерными B -сплайнами в диапазоне широт $\pm 81,5^\circ$.
8. Проведение анализа адекватности моделируемых карт аномалий высоты поверхности океана реальным данным спутниковых измерений.

Предметом исследования данной работы является уровенная поверхность Мирового океана.

Методы исследования: математическое моделирование, численные методы решения задач оптимизации с применением ЭВМ, теория аппроксимации функций, вычислительный эксперимент.

Источники исследования: работы отечественных и зарубежных исследователей в области теории аппроксимации функций и решения задач оптимизации, а также спутниковые вдольтрековые альтиметрические данные.

Положения, выносимые на защиту:

Методика компьютерного моделирования уровенной поверхности океана по спутниковым данным, включающая в себя:

- математическую модель уровенной поверхности Мирового океана на базе двумерных B -сплайнов;
- целевой функционал для определения параметров модели, учитывающий рассогласование моделируемой поверхности со спутниковыми вдольтрековыми альтиметрическими данными и априорную информацию о характере поведения восстанавливаемого поля;
- методику определения временного периода устойчивости уровенных поверхностей Мирового океана;
- методику определения минимально достаточного времени накопления вдольтрековых альтиметрических данных для обеспечения необходимой степени достоверности моделируемой поверхности;
- программный комплекс, реализующий компьютерное моделирование уровенной поверхности Мирового океана по данным спутниковой альтиметрии.

Научная новизна содержится в следующих результатах диссертационной работы:

1. Предложена математическая модель уровенной поверхности Мирового океана на базе двумерных B -сплайнов.
2. Предложен целевой функционал для определения параметров модели, учитывающий рассогласование моделируемой поверхности со спутниковыми вдольтрековыми альтиметрическими данными и априорную информацию о характере поведения восстанавливаемого поля.
3. Предложена методика определения временного периода устойчивости уровенных поверхностей Мирового океана.

4. Предложена методика определения минимально достаточного времени накопления вдольтрековых альтиметрических данных для обеспечения необходимой степени достоверности моделируемой поверхности.

Достоверность результатов исследования подтверждается результатами вычислительных экспериментов, осуществлявшихся для различных акваторий Мирового океана по спутниковым альтиметрическим данным.

Практическая значимость работы заключается в реализации предложенных методов и алгоритмов в виде программного комплекса с отображением результатов моделирования уровня поверхности океана в электронной картографической системе. Разработанный программный комплекс позволяет осуществлять моделирование морских поверхностей в диапазоне широт $\pm 81,5^\circ$. Кроме того, предложенная методика показала хорошие результаты для восстановления полей температур, соленостей, хлорофилла и т.д. Результаты моделирования уровня поверхности океана позволяют рассчитать в реальном масштабе времени направления морских течений, что реализовано как один из режимов работы программного комплекса. Это позволяет определять зоны повышенной биопродуктивности в океане. В целом результаты работы могут способствовать более полному пониманию физических процессов, происходящих в океане, что дает возможность формировать более обоснованные рекомендации рыбопромысловому флоту о наиболее предпочтительных местах ведения промысла и может способствовать повышению эффективности его работы.

Внедрение результатов работы. Разработанный программный продукт используется в ФГУП «Национальные рыбные ресурсы», что дает возможность формировать более обоснованные рекомендации рыбопромысловому флоту о месте ведения промысла и может способствовать повышению эффективности его работы, а также в ФГОУ ВПО «Мурманский государственный технический университет» в учебном курсе, что подтверждается соответствующими актами о внедрении.

Апробация результатов исследования. Основные научные положения и результаты работы были представлены и обсуждены на следующих научных конференциях:

1. Международная научно-практическая конференция «Наука и образование-2011». Мурманск, МГТУ, 4-8 апреля 2011.
2. Всероссийская научно-техническая конференция «Наука и образование-2002». Мурманск, МГТУ, 16-29 апреля 2002.
3. Научно-техническая конференция «Молодые ученые и аспиранты МГТУ». Мурманск, МГТУ, 18-20 апреля 2001.
4. XIII Международная конференция по промысловой океанологии. Калининград, 12-17 сентября 2005.
5. Международная научно-практическая конференция «Повышение эффективности использования водных биологических ресурсов Мирового океана». Москва 9-10 ноября 2005.
6. 2-я Международная научно-практическая конференция «Повышение эффективности использования водных биологических ресурсов Мирового океана». Москва 2008.
7. Proceedings of the 12th Norwegian-Russian Symposium. Norway, Tromso, 21-22 August 2007.
8. Symposium on Ecosystem Approach with Fisheries Acoustics and Complementary Technologies (SEAFACETS). Norway, Bergen, -20 June 2008.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 14 печатных работ, среди которых две публикации в ведущих рецензируемых изданиях, рекомендованных в действующем перечне ВАК, и две — в нерецензируемых изданиях. Доклады доложены и получили одобрение на восьми международных научно-практических и всероссийских научно-технических конференциях. Основные положения работы защищены двумя авторскими свидетельствами на изобретения.

Структура диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы и приложения.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность диссертационной работы, определяются цели, задачи, предмет и методы исследования, показаны научная новизна и практическая значимость исследования, приведены положения, выносимые на защиту.

В первой главе описаны основные понятия и определения уровня поверхности Мирового океана. Ее влияние на формирование зон повышенной биопродуктивности исследовано, в частности, в работах Б.М. Шатохина, Д.Н. Клочкова, А.А. Романова, Ал.А. Романова. Выявлены зависимости формирования перспективных участков промысла от абсолютных значений уровня поверхности, тенденции и скорости ее изменения. Показаны необходимость и целесообразность построения уровня поверхности Мирового океана для более ясного представления физических процессов, происходящих в нем, и определения перспективных участков промысла для рыболовного флота.

Задачам построения уровня поверхности Мирового океана посвящено пока небольшое количество работ, в частности А.А. Романова и В.Р. Фукса. Связано это с тем, что только сравнительно недавно, с развитием дистанционных спутниковых методов зондирования океана, стало возможным в режиме реального времени получать большие массивы данных по различным акваториям, которые можно использовать для построения уровня поверхности океана.

К основным методам построения таких поверхностей относятся метод ближайшего соседа, интерполяция кубическими сплайнами, метод оптимальной оценки, интерполяция D^m -сплайнами. Однако все они обладают рядом недостатков. Метод ближайшего соседа дает грубые оценки восстанавливаемых полей и не учитывает характер монотонности данных. В методе оптимальной оценки минимизируются среднеквадратичные ошибки в предположении, что дисперсия и автокорреляционные функции аномалий высоты морской поверхности известны с хорошей точностью и ошибка измерений не коррелирует с исходным сигналом, что далеко не всегда имеет место на практике. Метод интерполяции D^m -сплайнами иногда называют методом интерполяции сплайнами типа тонкой пластинки (thin plate spline), так как они обеспечивают минимизацию потенциальной энергии упругой пластинки. Однако метод не учитывает дополнительную априорную информацию о структуре исследуемой поверхности. То есть, зная скорость изменения поля в некоторых точках (производные по направлению), мы никак не сможем их использовать и получить в результате восстановленную поверхность с требуемыми свойствами.

Для решения этих проблем в последующих главах поставлена задача разработки математической модели уровня поверхности океана, не имеющей указанных недостатков и позволяющей учитывать дополнительную априорную информацию о структуре исследуемой поля.

В главе также приведены результаты ряда вычислительных экспериментов по данным с 2005 по 2010 г. по определению продолжительности устойчивых периодов развития физических процессов, влияющих на формирования аномалий уровня поверхности Мирового океана для различных регионов. Пример такого расчета для акватории Северной Атлантики показан на рисунке 1.

Данные расчеты позволили определить период, в течение которого можно пользоваться моделируемыми уровнями поверхностями океана. Его продолжительность составляет:

- 5-10 суток для акватории 56°N-64°N и 22°W-01°W (Северная Атлантика);
- 5-8 суток для акватории 10°N-25°N и 25°W-15°W (Северо-Западная Африка);
- 5-10 суток для акватории 45°N-55°N и 145°E-155°E (Дальний Восток);
- 9-14 суток для акватории 70°N-75°N и 20°E-50°E (Баренцево море).



Рис. 1. Гистограмма распределения продолжительности слабой изменчивости физических процессов, влияющих на изменение аномалий уровенной поверхности Мирового океана в акватории $56^{\circ}\text{N}-64^{\circ}\text{N}$ и $22^{\circ}\text{W}-01^{\circ}\text{W}$ (Северная Атлантика) в период с 2005 по 2010 г.

Вторая глава диссертации посвящена разработке математической модели поверхности океана и построению критерия качества для нахождения ее параметров. С этой целью было рассмотрено само явление и предложена модель, его описывающая.

Модель явления. Поверхность океана представляет собой динамически изменяющийся физический объект. Процесс его изменения является достаточно инерционным, поскольку обусловлен перемещением больших масс под действием гравитационного поля Земли, атмосферного давления и т.д. Очевидно, что в целом распределение водных масс должно обеспечивать рассматриваемой системе минимум потенциальной энергии. Так как локальная изменчивость поверхности океана, обусловленная естественным волнением, не представляет интереса для целей данного исследования на рассматриваемых временных и пространственных масштабах, то ею можно пренебречь. В связи с этим моделируемую поверхность можно рассматривать как некую гладкую поверхность, которая не содержит резких «скачков» и «выбросов». Исходя из этого в работе предполагается, что поверхность океана обладает минимальной среднеквадратичной кривизной.

Математическую модель уровенной поверхности океана в заданной плоской пространственной области $\Omega=[a,b] \times [c,d]=\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : a \leq x \leq b; c \leq y \leq d\}$, основываясь на указанных положениях, предлагается осуществлять в виде сплайн-поверхности, представляющей собой линейную комбинацию произведений одномерных кубических B -сплайнов ($B_i(x)$ — по оси абсцисс (долгота) и $B_j(y)$ — по оси ординат (широта)) на регулярной сетке узлов $\Delta=\Delta_x \times \Delta_y$, где:

$$\Delta_x = \{x_k/a = x_0 < \dots < x_N = b, x_k = x_{k-1} + h_x, k=1, 2, \dots, N\};$$

$$\Delta_y = \{y_k/c = y_0 < \dots < y_M = d, y_k = y_{k-1} + h_y, k=1, 2, \dots, M\};$$

h_x и h_y - шаги сетки по x и по y соответственно, в виде:

$$S(x,y) = \sum_{i=3}^{N-1} \sum_{j=3}^{M-1} \alpha_{ij} B_i(x) B_j(y), \quad (1)$$

где коэффициенты α_{ij} - скалярные параметры модели, подлежащие определению.

Использование кубических B -сплайнов для построения уровенной поверхности океана представляется целесообразным по следующим причинам:

- 1) обеспечивается непрерывность не только самой модельной функции, но и ее производных до второго порядка включительно;
- 2) представление моделируемой поверхности в виде линейной комбинации произведений неотрицательных кубических полиномов, заданных на конечном пространственном отрезке, позволяет построить модельную поверхность, согласованную с имеющимися данными измерений со сравнительно небольшими вычислительными затратами.

Другими словами, предлагаемая математическая модель уровенной поверхности океана позволяет обеспечить достаточную гладкость моделируемой поверхности при от-

носительной простоте ее построения. При этом гарантируется отсутствие нежелательных «выбросов» в значениях моделируемых данных, что в полной мере соответствует свойствам исследуемого объекта.

Для построения кубических B -сплайнов на сетке Δ_x ее необходимо дополнить узлами $x_{-3}, x_{-2}, x_{-1} < a$ и $b < x_{N+1}, x_{N+2}, x_{N+3}$ и задать систему функций $B_i(x)$ в соответствии с (2):

$$B_i(x) = \left. \begin{array}{ll} 0, & x \leq x_i \\ (x-x_i)^3/6h^3, & x \in [x_i, x_{i+1}] \\ (h^3+3h^2(x-x_{i+1})+3h(x-x_{i+1})^2-3(x-x_{i+1})^3)/6h^3, & x \in [x_{i+1}, x_{i+2}] \\ (h^3+3h^2(x_{i+3}-x)+3h(x_{i+3}-x)^2-3(x_{i+3}-x)^3)/6h^3, & x \in [x_{i+2}, x_{i+3}] \\ (x_{i+4}-x)^3/6h^3, & x \in [x_{i+3}, x_{i+4}] \\ 0, & x \geq x_{i+4} \end{array} \right\}, \quad (2)$$

где $x_{i+1}-x_i=h, \forall i$.

Кроме того, для моделирования уровенных поверхностей океана необходимо ввести систему базисных функций $B_j(y), j=-3, \dots, M+3$ на сетке Δ_y дополненной узлами $y_{-3}, y_{-2}, y_{-1} < c$ и $d < y_{M+1}, y_{M+2}, y_{M+3}$ (рис. 2).

Всевозможные произведения $B_i(x)B_j(y)$ образуют базис в пространстве кубических сплайнов двух переменных дефекта 1 в прямоугольной области Ω , и, следовательно, любой сплайн из этого пространства может быть записан в виде (1).

К основным достоинствам регулярных сеток можно отнести то, что заданные в узлах этих сеток данные можно эффективно обрабатывать (вычитать, складывать, находить средние значения, производить статистический анализ и т.д.) и визуализировать. Кроме того, для регулярных прямоугольных сеток разработаны различные высокоэффективные методы сжатия данных (Фурье и вейвлет-преобразования), что позволяет обрабатывать сверхбольшие модели поверхностей. Триангуляционные сети для задач построения уровенных поверхностей Мирового океана имеют ряд недостатков. В частности, погрешность интерполяции на триангуляционных сетях для функции с непрерывными вторыми производными будет $O(h^2)$, где h — длина наибольшей стороны треугольника. Если рассматривать спутниковые вдольтрековые данные альтиметрии, которые являются входными данными для построения аномалий уровенных поверхностей океана, то они имеют структуру «сильно вытянутых» треугольников, что неизбежно будет приводить к значительным погрешностям.

Специфика спутниковых измерений.

Следует отметить, что результаты спутниковых измерений уровенной поверхности океана расположены в исследуемой области нерегулярно и содержат незначительные флуктуации, связанные с ошибками измерений исследуемого параметра и локальным волнением поверхности океана. Для моделирования исследуемой поверхности, с целью отслеживания тенденций ее изменения для определения направления и интенсивности, формируемых в связи с этим течений указанные флуктуации не представляют практического интереса. Поэтому целесообразно провести процедуру предварительного сглаживания этих данных вдоль траектории движения спутника.

Кроме того, целесообразно произвести нормализацию данных измерений, преобразовав их к безразмерным величинам: $f_k=(\varphi_k - \varphi_{k0})/\Delta\varphi_k$, где φ_k - значение измерений исследуемого параметра, φ_{k0} - значение основного уровня исследуемого параметра, соответствующее нулю в безразмерной шкале, и $\Delta\varphi_k$ - интервал варьирования исследуемого параметра.

Для определения параметров α_{ij} математической модели (уровенной поверхности океана) $S(x,y)$ (1), можно составить СЛАУ следующего вида:

$$S(x_k, y_k) = f(x_k, y_k), \quad (3)$$

где $k \in I, I = \{k/ k=1, \dots, L\}, f_k = f(x_k, y_k)$ - измеренные значения исследуемой функции $f(x,y)$.

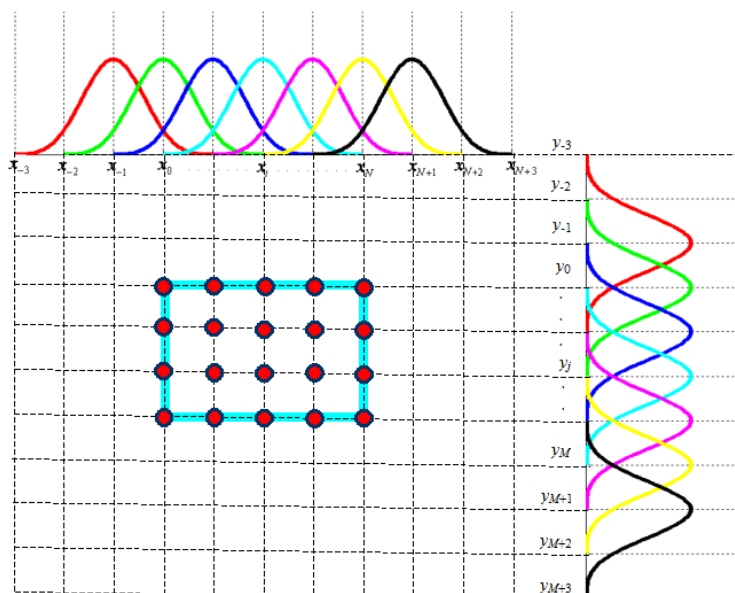


Рис. 2. Система кубических сплайнов ($B_i(x)$ – по оси абсцисс (долгота) и $B_j(y)$ – по оси ординат (широта) в акватории Ω на регулярной сетке узлов $\Delta = \Delta_x \times \Delta_y$

Количество параметров модели α_{ij} , подлежащее определению, составляет $(N+3) \times (M+3)$, где M и N определяются размером выбранной акватории Ω и шагами h_x , h_y выбранными в этой области двумерной прямоугольной сетки.

Как правило, количество измерений $L > (N+3) \times (M+3)$. Система (3) в результате оказывается переопределенной, что приводит к поиску ее решения в смысле метода наименьших квадратов.

При выборе шагов сетки следует руководствоваться следующими правилами:

1. Минимальные допустимые значения h_x и h_y должны выбираться таким образом, чтобы в подобласти $\Delta_{ij} = \{(x, y) \in \Omega : x \in [x_{i-1}, x_i], y \in [y_{j-1}, y_j]\}$, ($i=1, 2, \dots, N$ и $j=1, 2, \dots, M$, $x_{i+1} = x_i + h_x$ и $y_{j+1} = y_j + h_y$) находилось как минимум одно измерение.
2. Минимальные допустимые значения h_x и h_y должны соответствовать тому пространственному масштабу изменчивости поверхности океана, который соответствует целям исследования и позволяет в наиболее возможной степени игнорировать не существенную локальную изменчивость этой поверхности. Если при этом не выполняется первое условие, необходимо обеспечить дальнейшее накопление данных измерений.

Общая постановка задачи.

Учитывая вышеизложенное, можно сформулировать постановку задачи в следующем виде:

Имеется конечное множество данных, представляющих собой спутниковые вдольтрековые измерения уровенной поверхности Мирового океана, нерегулярно расположенные в исследуемой акватории.

Необходимо построить согласованную с данными измерений модельную уровенную поверхность океана, свойства которой соответствуют свойствам исследуемого объекта.

Кроме того, следует учитывать, что к восстанавливаемой поверхности могут предъявляться дополнительные требования. Например, она должна иметь априорно заданные значения производных по направлению в некоторых точках.

Для решения поставленной задачи, как уже отмечалось выше, предлагается применить методику восстановления, основанную на использовании кубических базисных B -сплайнов. С целью подбора параметров математической модели (1) предлагается минимизировать целевой функционал, что обеспечивает выполнение указанных выше требований к моделируемой поверхности.

Математическая постановка задачи.

1. Пусть в прямоугольной области $\Omega=[a,b] \times [c,d]=\{(x,y) \in R^2 : a \leq x \leq b; c \leq y \leq d\}$, введена прямоугольная сеть $\Delta=\Delta_x \times \Delta_y$, где:

$$\Delta_x=\{x_k/a=x_0 < \dots < x_N=b, x_k=x_{k-1}+h_x, k=1,2,\dots,N\};$$

$$\Delta_y=\{y_k/c=y_0 < \dots < y_M=d, y_k=y_{k-1}+h_y, k=1,2,\dots,M\};$$

h_x и h_y - шаги сетки по x и по y соответственно.

В результате область Ω разбивается на прямоугольники

$$\Delta_{ij}=\{(x,y) \in R^2 : x \in [x_{i-1}, x_i], y \in [y_{j-1}, y_j] \ i=1,2,\dots,N; j=1,2,\dots,M\}.$$

2. Пусть в прямоугольной области Ω представлено L точек $P_k=(x_k, y_k)$, $k \in I$, в которых заданы числа f_k - измеренные значения исследуемой функции $f(x,y)$. Здесь $I = \{k/k=1,\dots,L\}$ - конечное множество индексов. Точки P_k , $k \in I$ расположены в области Ω произвольным образом и в общем случае не совпадают с узлами регулярной прямоугольной сетки $\Delta=\Delta_x \times \Delta_y$. В некотором подмножестве точек $P_k=(x_k, y_k)$, $k \in I$ могут быть заданы значения f'_s , $s \in I_1 \subseteq I$, которые являются значениями производных исследуемой функции по направлению l_s : $f'_s = \partial f / \partial l_s$.

Необходимо определить приближенные значения функции $f(x,y)$ в узлах регулярной сетки $\Delta=\Delta_x \times \Delta_y$.

Решение поставленной задачи осуществляется посредством аппроксимации неизвестной функции $f(x,y)$ функцией $S(x,y)$, определяемой в соответствии с (1) и удовлетворяющей следующим требованиям:

- значения функции $S(x,y)$ должны минимально отличаться от f_k - измеренных значений $f(x,y)$ в точках $P_k=(x_k, y_k)$, $k \in I$;
- значения производных функции $S(x,y)$ должны иметь минимальные отличия от f'_s - заданных значений производных $f(x,y)$ в точках P_s , $s \in I_1$;
- функция $S(x,y)$ должна иметь среднеквадратичную кривизну близкую к минимальной.

Чтобы функция $S(x,y)$ удовлетворяла условиям, предъявляемым к моделируемой поверхности, будем искать значения коэффициентов α_{ij} из условия минимума функционала, слагаемые которого, характеризуют выполнение этих условий.

Одним из таких условий является согласованность моделируемой поверхности с данными измерений f_k — значений исследуемой функции $f(x,y)$, заданными в точках $P_k=(x_k, y_k)$, $k \in I$ прямоугольной области Ω . Согласованность модельных и измеренных значений урвенной поверхности океана можно определить выражением вида:

$$\sigma \sum_{k \in I} [f_k - \sum_{i=3}^{N-1} \sum_{j=3}^{M-1} \alpha_{ij} B_i(x_k) B_j(y_k)]^2, \quad (4)$$

Минимизация (4) позволит получить модель урвенной поверхности океана $S(x,y)$, наиболее согласованную в смысле метода наименьших квадратов с данными измерений.

Пусть теперь в некоторых точках $s \in I_1 \subseteq I$ априорно известны пространственные тенденции изменения аномалий урвенной поверхности океана. Иными словами, кроме данных f_k о значениях функции f в точках $s \in I_1$ известны и значения $\partial f / \partial l_s$, $s \in I_1$ — производных по направлению l_s функции $f(x,y)$.

Производные по направлению моделируемой функции можно представить в виде:

$$\partial S / \partial l = (\partial S / \partial x) \cos(\alpha) + (\partial S / \partial y) \sin(\alpha) \quad (5)$$

Согласованность модельных и априорно заданных значений производных по направлению в указанных точках, учитывая (1) и (5), можно оценить, используя выражение вида:

$$\beta \sum_{s \in I_1} [\partial f / \partial l_s - \sum_{i=3}^{N-1} \sum_{j=3}^{M-1} \alpha_{ij} ((dB_i(x_s)/dx) B_j(y_s) \cos(\alpha_s) + B_i(x_s) (dB_j(y_s)/dy) \sin(\alpha_s))]^2 \quad (6)$$

Минимизация (6) позволит получить модель уровенной поверхности океана $S(x,y)$, наиболее согласованную в смысле метода наименьших квадратов с данными измерений производных по направлению в указанных точках.

Обеспечение минимальной среднеквадратической кривизны моделируемой поверхности, можно достичь минимизацией выражения вида:

$$\begin{aligned} & \gamma \sum_{k \in I} [\sum_{i=-3}^{N-1} \sum_{j=-3}^{M-1} \alpha_{ij} (d^2 B_i(x_k)/dx^2) B_j^-(y_k)]^2 + 2 \sum_{i=-3}^{N-1} \sum_{j=-3}^{M-1} \alpha_{ij} (dB_i(x_k)/dx)(dB_j^-(y_k)/dy)]^2 + \\ & + \sum_{i=-3}^{N-1} \sum_{j=-3}^{M-1} \alpha_{ij} B_i(x_k) (d^2 B_j^-(y_k)/dy^2)]^2 \end{aligned} \quad (7)$$

В результате в качестве критерия качества моделируемой поверхности предлагается использовать значения функционала, представляющего собой сумму выражений (4), (6) и (7).

$$\begin{aligned} \Phi = & \sigma \sum_{k \in I} [\sum_{i=-3}^{N-1} \sum_{j=-3}^{M-1} \alpha_{ij} B_i(x_k) B_j^-(x_k)]^2 + \\ & + \beta \sum_{s \in I_1} [\partial f / \partial l_s - \sum_{i=-3}^{N-1} \sum_{j=-3}^{M-1} \alpha_{ij} ((dB_i(x_s)/dx) B_j^-(y_s) \cos(\alpha_s) + B_i(x_s) (dB_j^-(y_s)/dy) \sin(\alpha_s))]^2 + \\ & + \gamma \sum_{k \in I} [\sum_{i=-3}^{N-1} \sum_{j=-3}^{M-1} \alpha_{ij} (d^2 B_i(x_k)/dx^2) B_j^-(y_k)]^2 + 2 \sum_{i=-3}^{N-1} \sum_{j=-3}^{M-1} \alpha_{ij} (dB_i(x_k)/dx)(dB_j^-(y_k)/dy)]^2 + \\ & + \sum_{i=-3}^{N-1} \sum_{j=-3}^{M-1} \alpha_{ij} B_i(x_k) (d^2 B_j^-(y_k)/dy^2)]^2, \end{aligned} \quad (8)$$

где σ , β , γ - вес каждого из условий, задаваемый пользователем.

Коэффициенты α_{ij} , будем выбирать из условия минимума функционала (8). В результате из предложенного класса моделей уровенной поверхности океана

$$\sum_{i=-3}^{N-1} \sum_{j=-3}^{M-1} \alpha_{ij} B_i(x) B_j^-(y),$$

будет выбрана лучшая в смысле этого функционала.

Третья глава. Функционал (8) является квадратичной функцией относительно коэффициентов α_{ij} . Таким образом, задача о нахождении искомой сплайн-функции (1) может быть поставлена как задача о минимизации квадратичного функционала (8).

Для минимизации функционала (8) был применен метод сопряженных градиентов, который обладает рядом преимуществ перед другими методами, такими как методы: штрафов, покоординатного спуска и т.д. Метод сопряженных градиентов объединяет в себе достоинства итерационных и прямых методов. Метод сопряженных градиентов, обеспечивает гарантированное нахождение точки минимума квадратичной функции за конечное число шагов, которое не превышает числа ее переменных.

В главе построен вычислительный алгоритм минимизации функционала (8) на базе метода сопряженных градиентов.

В четвертой главе дано описание программного комплекса, реализующего предложенную методику моделирования уровенной поверхности океана, и приведены результаты численных экспериментов. Численные эксперименты восстановления 3-D поверхностей двумерными B-сплайнами осуществлялись как для тестовых, так и для реальных данных.

Характеристика вычислительных экспериментов с тестовыми данными.

Тестовые данные генерировались с помощью функций различных классов гладкости, как с наличием ошибок, так и без них.

В качестве таких математических функций были выбраны:

$f_1(x, y) = 1 + e^{-x^2 - y^2}$, $f_2(x, y) = x \cdot e^{-x^2 - y^2}$, $f_3(x, y) = 6 - 4 \cdot \sqrt{x^2 + y^2}$ (заданы в прямоугольной области $\Omega = [a, b] \times [c, d] = [-2, 2] \times [-2, 2]$) и

$f_4(x, y) = 3(1 - x)^2 e^{-(x^2 - (y+1)^2)} - 10 \left(\frac{x}{5} - x^3 - y^5 \right) e^{-(x^2 - y^2)} - \frac{1}{3} e^{-(x+1)^2 - y^2}$ (задана в прямоугольной области $\Omega = [a, b] \times [c, d] = [-3, 3] \times [-3, 3]$), указанные в узлах сетки $\Delta = \Delta_x \times \Delta_y$: $f_1(x_i, y_j)_{i=0, j=0}^{n_x, n_y}$.

Результаты моделирования для функции $f_4(x, y)$ приведены на рисунках 3 и 4 а, б.

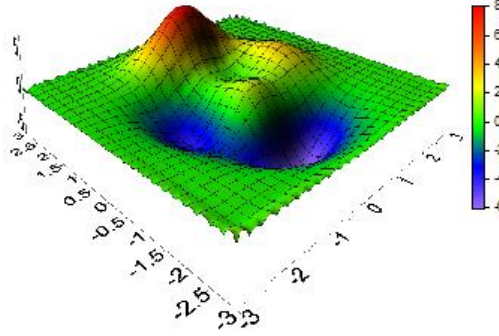


Рис. 3. График двумерного B -сплайна $S(x, y)$, аппроксимирующего функцию $f_4(x, y)$ в прямоугольной области $[-3, 3] \times [-3, 3]$ при $n_x = n_y = 24$

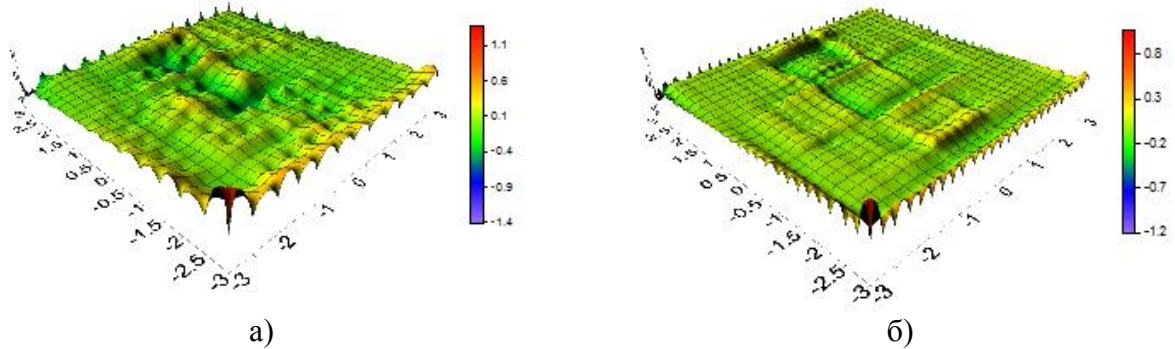


Рис. 4. Диапазоны расхождений двумерного B -сплайна $S(x, y)$ и функции $f_4(x, y)$ при $n_x = n_y = 12$ (а) и при $n_x = n_y = 24$ (б)

Для оценки точности приближения 3-D поверхностей двумерными B -сплайнами, в качестве критерия согласия были введены метрики пространства для определения расстояния между двумя функциями в виде:

$$R_{\Omega} = \left\| \frac{S(x, y) - f(x, y)}{f(x, y)} \right\|_{\Omega} = \max_{x_i, y_j \in \Omega} \left| \frac{S(x_i, y_j) - f(x_i, y_j)}{f(x_i, y_j)} \right| - \text{равномерная взвешенная норма}$$

и

$$L_{2, \Omega} = \frac{1}{n_x + 1 \quad n_y + 1} \sqrt{\sum_{i=0}^{n_x} \sum_{j=0}^{n_y} \left[\frac{S(x_i, y_j) - f(x_i, y_j)}{f(x_i, y_j)} \right]^2} - \text{среднеквадратическая взвешенная}$$

норма.

Результаты расчетов данных норм для выбранных функций приведены в таблице 1.

Однако следует учесть, что сигнал альтиметра, на пути к земле и обратно к антенне приемника дважды пересекает земную атмосферу, вследствие чего, получаемые данные содержат ошибки. Кроме того, как было отмечено ранее, сами данные измерений расположены нерегулярно в исследуемой акватории. Следовательно, необходимо произвести аналогичные восстановления 3-D поверхностей математических функций двух перемен-

ных в узлах нерегулярной сети с наличием в них ошибок и оценить их с помощью введенных норм R_{Ω} и $L_{2,\Omega}$.

Таблица 1

Нормы ошибок моделирования R_{Ω} и $L_{2,\Omega}$ для функций $f_1(x,y)$, $f_2(x,y)$, $f_3(x,y)$, $f_4(x,y)$ с шагом по x и y : 0.5, 0.25 и 0.1.

Функция	Норма	Шаг по x и по y		
		0.5	0.25	0.1
$f_1(x,y)$ $\Omega=[-2,2] \times [-2,2]$	R_{Ω}	0,170059575	0,139177521	0,093917752
	$L_{2,\Omega}$	0,007744191	0,003225029	0,000425029
$f_2(x,y)$ $\Omega=[-2,2] \times [-2,2]$	R_{Ω}	0,103414123	0,089735503	0,023341869
	$L_{2,\Omega}$	0,004950264	0,000121507	0,000095026
$f_3(x,y)$ $\Omega=[-2,2] \times [-2,2]$	R_{Ω}	5,458499852	5,123613316	4,723613316
	$L_{2,\Omega}$	0,009175111	0,006346029	0,002542171
$f_4(x,y)$ $\Omega=[-3,3] \times [-3,3]$	R_{Ω}	1,318783723	1,21148432	1,107694262
	$L_{2,\Omega}$	0,008149644	0,001155231	0,000608908

Пример реконструкции функции $f_4(x,y) + |\max(f_4(x,y)) - \min(f_4(x,y))| \cdot 0,1 \cdot \text{random}(0...1)$, то есть сама функция $f_4(x,y)$ + ошибка, добавленная с коэффициентом 0.1 по амплитуде колебания функции, двумерными B -сплайнами показан на рисунках 5 и 6. Кроме того, узлы сети выбирались случайным образом, а их количество соответствовало количеству узлов регулярной сети с шагом 0.5.

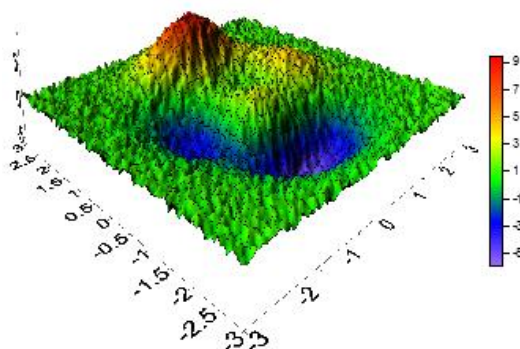


Рис. 5. Функция $f_4(x,y)$ + ошибка, добавленная с коэффициентом 0.1 по амплитуде колебания функции с нерегулярными узлами

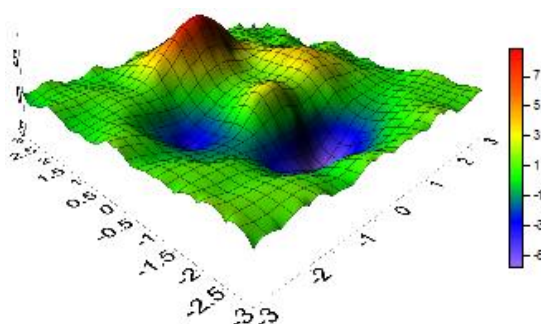


Рис. 6. Восстановленные значения функции $f_4(x,y)$ + ошибка, добавленная с коэффициентом 0.1 по амплитуде колебания функции, двумерными B -сплайнами

Аналогичные расчеты были сделаны для коэффициентов ошибок 0.2 и 0.5. Затем вычислены значения норм R_{Ω} и $L_{2,\Omega}$ для функций $f_1(x,y)$, $f_2(x,y)$ и $f_3(x,y)$ с теми же коэффициентами ошибок. Результаты расчетов приведены в таблице 2.

Результаты, приведенные в таблицах 1 и 2, показывают, что двумерные B -сплайны можно применять к аппроксимации гладких функций с наличием в них некоторых ошибок, о чем свидетельствует уменьшение норм ошибок моделирования: R_{Ω} и $L_{2,\Omega}$. Данное обстоятельство дает возможность применять аппарат методов двумерной B -сплайн аппроксимации для построения полей аномалий уровня поверхности Мирового океана.

Нормы ошибок моделирования R_Ω и $L_{2,\Omega}$ для функций с нерегулярными узлами $f_1(x,y)$, $f_2(x,y)$, $f_3(x,y)$, $f_4(x,y)$ + ошибка, добавленная с коэффициентом 0.1, 0.2 и 0.5 по амплитуде колебания функции.

Функция	Норма	Коэффициент шумовой составляющей		
		0.1	0.2	0.5
$f_1(x,y)$ $\Omega=[-2,2] \times [-2,2]$	R_Ω	0,238542443	0,269544567	0,356657655
	$L_{2,\Omega}$	0,085623769	0,106665477	0,264644775
$f_2(x,y)$ $\Omega=[-2,2] \times [-2,2]$	R_Ω	0,156967654	0,189735503	0,223341869
	$L_{2,\Omega}$	0,057554535	0,095565442	0,174865654
$f_3(x,y)$ $\Omega=[-2,2] \times [-2,2]$	R_Ω	6,876557654	7,013456467	9,787576544
	$L_{2,\Omega}$	0,068786995	0,108876554	0,174575677
$f_4(x,y)$ $\Omega=[-3,3] \times [-3,3]$	R_Ω	1,576654379	1,966599009	1,107694262
	$L_{2,\Omega}$	0,081496444	0,125587658	0,186565953

Характеристика результатов численных экспериментов с реальными данными.

Проводились расчеты (на основе предлагаемой методики) с целью определения минимально-достаточного периода для накопления спутниковых данных об аномалиях уровенной поверхности с последующим построением искомой поверхности на заданной акватории двумерными B -сплайнами для различных регионов Мирового океана.

Для этого выбирался определенный период времени, в течение которого наблюдались стабильно-устойчивые физические процессы в океане, влияющие на формирование его уровенной поверхности. На выбранную акваторию накладывалась регулярная сетка с шагом по долготе и широте в одну милю. За эталонную поверхность бралась та, которая была построена по спутниковым данным измерений за весь этот стабильно-устойчивый период. Затем строились аналогичные уровенные поверхности по данным, накопленным за первый день наблюдений, за первые два дня наблюдений и т.д. до конца стабильно-устойчивого периода. Степень близости получаемых уровенных поверхностей к эталонной можно оценить, построив результирующие поверхности как результат вычитания получаемых поверхностей от эталонной. Пример таких поверхностей вычитания в акватории 56°N - 64°N и 22°W - 01°W (Северная Атлантика) в период с 15-24 августа 2010 г показан на рисунке 7.

Построив графики изменения норм ошибок моделирования $L_{2,\Omega}$ для различных акваторий Мирового океана (рис. 8), можно определить минимально-достаточный период накопления спутниковых данных об аномалиях уровенной поверхности для ее моделирования в заданной акватории двумерными B -сплайнами.

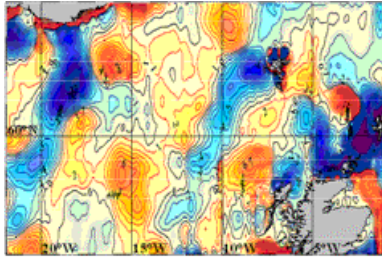
На основе анализа проведенных вычислений можно сделать выводы, что минимально-достаточный временной интервал для накопления спутниковых данных об аномалиях уровенной поверхности Мирового океана с последующим построением искомой поверхности на заданной акватории двумерными B -сплайнами, которые минимизируют функционал (8), составляет:

- 5 суток для акватории 56°N - 64°N и 22°W - 01°W (Северная Атлантика);
- 4 суток для акватории 10°N - 25°N и 25°W - 15°W (Северо-Западная Африка);
- 8 суток для акватории 70°N - 75°N и 20°E - 50°E (Баренцево море).

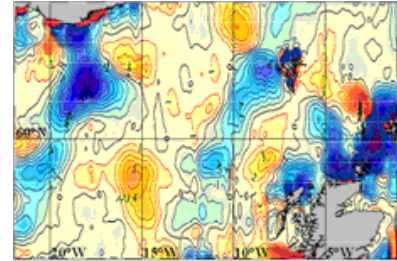
Характеристика разработанного программного комплекса для построения уровенных морских поверхностей и их аномалий по спутниковым альтиметрическим данным.

Программный комплекс позволяет осуществлять расчеты в интерактивном режиме с трехмерной визуализацией и отображением результатов вычислений на электронной картографической системе.

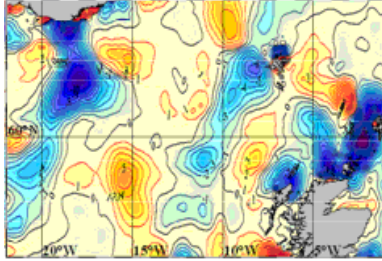
В программе предусмотрена возможность выбора различных алгоритмов построения уровенных поверхностей океана и сравнительного анализа получаемых данных.



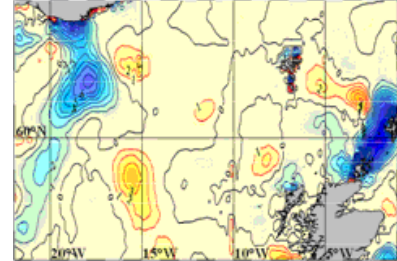
Поверхность, построенная на разности данных, накопленных за 1 суток наблюдений и за 10 суток наблюдений



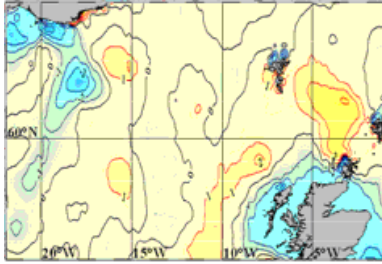
Поверхность, построенная на разности данных, накопленных за 2 суток наблюдений и за 10 суток наблюдений



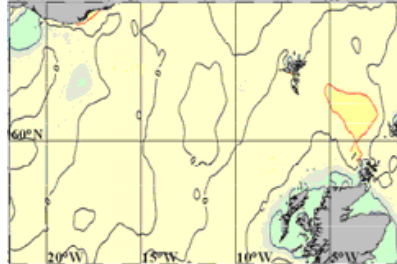
Поверхность, построенная на разности данных, накопленных за 3 суток наблюдений и за 10 суток наблюдений



Поверхность, построенная на разности данных, накопленных за 4 суток наблюдений и за 10 суток наблюдений



Поверхность, построенная на разности данных, накопленных за 5 суток наблюдений и за 10 суток наблюдений



Поверхность, построенная на разности данных, накопленных за 6 суток наблюдений и за 10 суток наблюдений

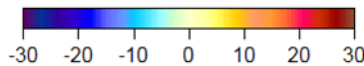


Рис. 7. Результат вычитания уровневых поверхностей океана (в сантиметрах), моделируемых по спутниковым данным, накопленным от 1 до 6 суток, от эталонной поверхности в акватории 56°N - 64°N и 22°W - 01°W (Северная Атлантика) в период с 15 по 24 августа 2010 г.

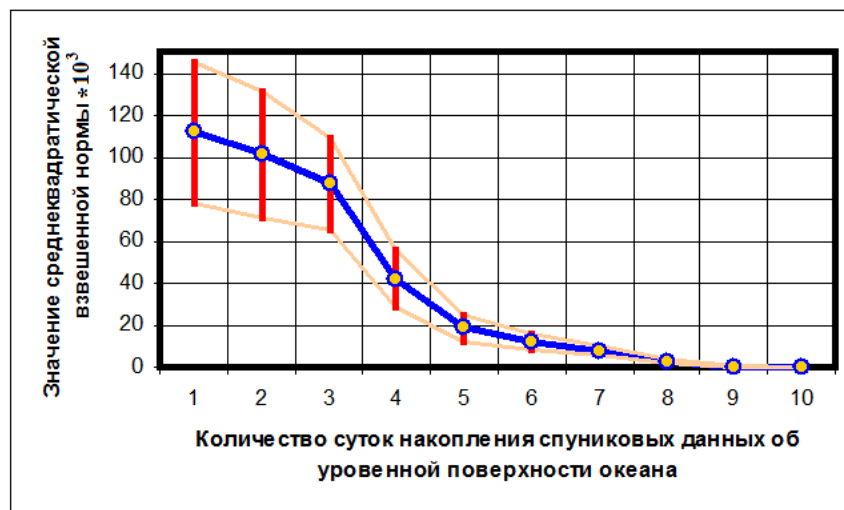


Рис. 8. График изменения среднеквадратической взвешенной нормы ошибок моделирования $L_{2,\Omega}$ в зависимости от количества суток накопления спутниковых данных за июнь, июль, август 2005-2010 гг. для акватории 56°N - 64°N и 22°W - 01°W (Северная Атлантика)

Характерной особенностью разработанного программного пакета является возможность построения помимо уровенных поверхностей, изолиний с заданным шагом и их сглаживанием, а также расчет поверхностных течений по полученным значениям в узлах регулярной сети.

В качестве среды разработки использовалась среда IDE Borland Delphi 7.0, базирующаяся на языке Object Pascal. Отдельные библиотеки программного комплекса написаны на Borland C++ Builder. Некоторые модули программ были разработаны на языке Fortran в среде Microsoft Developer Studio.

В заключении кратко сформулированы результаты, полученные в работе.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

1. Разработана математическая модель уровенной поверхности Мирового океана, позволяющая осуществлять моделирование поверхности по спутниковым вдольтрековым альтиметрическим данным с использованием двумерных *B*-сплайнов.
2. Предложен целевой функционал для определения параметров модели, учитывающий рассогласование моделируемой поверхности со спутниковыми вдольтрековыми альтиметрическими данными и априорную информацию о характере поведения восстанавливаемого поля.
3. Предложена методика определения временных периодов устойчивости физических процессов, влияющих на формирование уровенной поверхности. Эти периоды определены для регионов Мирового океана:
 - 5-10 суток для акватории 56°N-64°N и 22°W-01°W (Северная Атлантика);
 - 5-8 суток для акватории 10°N-25°N и 25°W-15°W (Северо-Западная Африка);
 - 5-10 суток для акватории 45°N-55°N и 145°E-155°E (Дальний Восток);
 - 9-14 суток для акватории 70°N-75°N и 20°E-50°E (Баренцево море).
4. Предложена методика определения минимально достаточного времени накопления вдольтрековых альтиметрических данных необходимого для качественного восстановления уровенной поверхности океана. С помощью предлагаемой математической модели это время определено по различным акваториям океана:
 - 5 суток для акватории 56°N-64°N и 22°W-01°W (Северная Атлантика);
 - 4 суток для акватории 10°N-25°N и 25°W-15°W (Северо-Западная Африка);
 - 8 суток для акватории 70°N-75°N и 20°E-50°E (Баренцево море).
5. Разработан программный комплекс в среде Borland Delphi 7.0 с развитым человеко-машинным интерфейсом, реализующий предлагаемую методику построения уровенной поверхности океана и их аномалий по спутниковым альтиметрическим данным. Программный комплекс обеспечивает трехмерную визуализацию и отображение результатов вычислений на электронной картографической системе.
6. Проведен экспериментальный анализ согласованности моделируемых уровенных поверхностей океана с реальными данными спутниковых измерений.
7. Предложенная методика построения уровенной поверхности океана была применена к построению полей распределений температур, солености, хлорофилла и т.д. и показала хорошие результаты, что доказывает общность предложенного подхода.

Основное содержание диссертации отражено в следующих публикациях, рекомендованных ВАК России:

1. Гомонов, А. Д. Построение зональных карт уровенной поверхности океана по спутниковым данным на основе *B*-сплайн-интерполяции / А. Д. Гомонов // Вестник МГТУ. Труды Мурманского государственного технического университета. - 2010. - Т. 13, № 4/2. - С. 1087-1091. - Библиогр.: с. 1091.
2. Гомонов, А. Д. Задачи изогометрической сплайн-интерполяции / А. Д. Гомонов // Вестник МГТУ. Труды Мурманского государственного технического университета. - 2002. - Т. 5, № 2. - С. 237-240. - Библиогр.: с. 240.

Другие статьи и материалы конференций:

3. Серeda, А.-В. И. Математическое моделирование уровенной поверхности океана по спутниковым данным на основе двумерной *B*-сплайн аппроксимации [Электронный ресурс] / А.-В. И. Серeda, А. Д. Гомонов // Наука и образование – 2011 : Междунар. науч.-техн. конф. / Федер. агентство по рыболовству, ФГОУ ВПО «Мурман. гос. техн. ун-т» ; Ун-т Тромсё. – Мурманск, 2011. - С. 79-85. – Режим доступа: <http://www.mstu.edu.ru/science/conferences/files/nio2011-9.pdf>
4. Гомонов, А. Д. Интерполяция и экстраполяция полей метеорологических элементов / А. Д. Гомонов // Труды Петрозаводского государственного университета. / под ред. В. И. Чернецкого. - Петрозаводск, 2000. – Вып. 9. - С. 81-90. - Библиогр.: с. 90. - (Прикладная математика и информатика).
5. Гомонов, А. Д. Применение математических методов интерполяции сплайнами для восстановления температурных полей поверхности океана / А. Д. Гомонов // Материалы Всерос. науч.-техн. конф. «Наука и образование – 2002» (Мурманск, 16 - 29 апреля 2002 г.) / Гос. ком. Рос. Федер. по рыболовству ; Мурман. гос. техн. ун-т. - Мурманск, 2002. - С. 505-507.
6. Гомонов, А. Д. Математические методы восстановления гидрофизических полей для оценки запасов морских биоресурсов. / А. Д. Гомонов // Материалы XIII Междунар. конф. по промысловой океанологии (Светлогорск, Калининградская обл., 12-17 сентября 2005 г.). - Калининград, 2005. - С. 75-76.
7. Гомонов, А. Д. Опыт разработки и внедрения технологий оперативной обработки и передачи на промысловые суда комплексной информации гидрометеорологического и промыслово-биологического мониторинга / А. Д. Гомонов, С. И. Бойчук // Междунар. науч.-практ. конф. «Повышение эффективности использования водных биологических ресурсов Мирового океана» : материалы конф. (9-10 ноября 2005 г., Москва, ВВЦ, ПАВ. № 69). - М., 2005. - С. 90-91.
8. Синоптический мониторинг запасов трески в Баренцевом море в 2005 . на основе использования современных исследовательских технологий изучения биоресурсов / В. М. Борисов, С. И. Бойчук, Г. П. Ванюшин, А. Д. Гомонов [и др.]. - М. : Изд-во ВНИРО, 2006. - 53 с.
9. Синоптический экосистемный мониторинг как методологическая основа сырьевых исследований в Северо-Восточной Атлантике / Б. М. Шатохин, А. Д. Гомонов, Е. И. Гула, М. К. Циекалс [и др.] // Итоги применения новых технологий при оценке биоресурсов Северо-Восточной Атлантики : Международная специализированная выставка «Море. Ресурсы. Технологии – 2007». – Мурманск ; М., 2007. - С. 7-32. - Библиогр.: с. 31-32.
10. Системный анализ информационных технологий решения задач оперативного научного обеспечения сопряженных промыслов / Б. М. Шатохин, А. Д. Гомонов, М. К. Циекалс, Е. И. Гула, Д. Н. Клочков // Материалы второй Междунар. науч.-практ. конф. «Повышение эффективности использования водных биологических ресурсов» - М., 2008. - С. 127-129.
11. Methodological bases of fishing - ecological monitoring and new approaches to marine bioresources estimation (Методологическая база рыбопромыслового экологического мониторинга и новые подходы оценки запасов морских биоресурсов) / В. М. Shatockin, А. D. Gomonov , Е. I. Gula, М. К. Tshiekals, D. N. Klochkov, S.

I. Boichuk, B. M. Borisov, G. P. Vaniushin, B. N. Kotenev // Long term bilateral Russian-Norwegian scientific co-operation as a basis for sustainable management of living marine resources in the Barents Sea : Proceedings of the 12th Norwegian-Russian Symposium (Tromso, 21-22 August 2007). - Institute of Marine Research Bergen, 2008. - P. 122-133.

12. Optimization of hydroacoustic shootings of stocks on commercial fleet in view of synoptic variability of conditions of an environment (Оптимизация гидроакустических съемок запасов морских биоресурсов на рыбопромысловых судах с учетом синоптической изменчивости условий окружающей среды) / В. М. Shatochin, A. D. Gomonov, A. V. Nikolaev, D. N. Klochkov, S. I. Boichuk // Book of Abstracts : International Symposium on Ecosystem Approach with Fisheries Acoustics and Complementary Technologies (SEAFACETS) (Bergen, Norway, 16-20 June 2008). – Bergen ; Norway, 2008. - P. 20.

Свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ:

13. Авторское свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2010610014 от 11 января 2010 г.
14. Авторское свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2010610692 от 20 января 2010 г.