

Баранов Александр Владимирович

**РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ И КРИТЕРИЕВ ОБЩНОСТИ
ПОЛОЖЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ**

Специальность: 05.13.01 – Системный анализ, управление и обработка
информации (технические системы)

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Работа выполнена в Санкт-Петербургском государственном электротехническом университете «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина).

Научный руководитель –
доктор технических наук, профессор Душин Сергей Евгеньевич

Официальные оппоненты:
доктор технических наук, профессор Лукомский Юрий Александрович
доктор технических наук, профессор Осипов Леонид Андроникович

Ведущая организация – Санкт-Петербургский государственный университет
информационных технологий, механики и оптики (СПбГУ ИТМО)

Защита диссертации состоится «__» _____ 2009 г. в __ часов на заседании совета по защите докторских и кандидатских диссертаций Д 212.238.07 Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина) по адресу: 197376, г. Санкт-Петербург, ул. Проф. Попова, д. 5.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке университета.

Автореферат разослан «__» _____ 2009 г.

Ученый секретарь совета
по защите докторских
и кандидатских диссертаций

Цехановский В. В.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы. Высокие требования, предъявляемые к свойствам поведения современных технических систем, способствуют разработке новых и совершенствованию существующих направлений теории автоматического управления. Традиционное использование линейных и линеаризованных математических моделей (ММ) объектов, функционирующих в условиях значительных сигнальных и параметрических возмущений, не всегда позволяют добиваться поставленных целей управления, что объективно ведёт к необходимости учёта нелинейностей. Среди большого разнообразия нелинейных систем (НС), изучаемых в теории управления, можно выделить классы аффинных и полиномиальных, для которых в настоящее время получены конструктивные результаты, представленные в работах Ю.Н. Андреева, А.П. Крищенко, П.Е. Крауча, У. Портера, Ф. Сверна и др. При исследовании и проектировании систем управления (СУ) различными техническими объектами и технологическими процессами возникает задача управляемости, как правило, предшествующая решению задач синтеза и оптимизации.

Проблема управляемости нелинейных СУ относится к числу фундаментальных. На важность её исследования в системах различных классов обращалось внимание в трудах известных отечественных и зарубежных учёных: А.А. Андропова, Р. Габасова, Ф.М. Кирилловой, А.А. Красовского, А.М. Летова, А.М. Малышенко, Э.Я. Рапопорта, Р.У. Брокетта, Р. Калмана, Р. Германна, Э.Б. Ли, К. Лобри, А. Кренера, Л. Маркуса, Д. Шильяка и многих других. Однако к настоящему времени окончательного разрешения эта проблема не имеет. Её решение возможно лишь для объектов управления (ОУ) ограниченного класса и при определённых условиях функционирования. С повышением порядка СУ трудности решения значительно возрастают. Синтез систем, особенно нелинейных со сложной структурой, в первую очередь требует ответа на вопрос о принципиальной возможности управления данным объектом. Игнорирование этого вопроса при проектировании может привести к тяжёлым последствиям при эксплуатации реальных технических систем.

Часто, с целью упрощения, проблему управляемости нелинейных СУ сводят к исследованию другого системного свойства – общности положения. Вопросы общности положения достаточно подробно обсуждались в трудах Л.С. Понтрягина, В.Г. Болтянского, Р.В. Гамкрелидзе, А.А. Воронова, В.А. Олейникова, Н.В. Смирнова, В.С. Хорошавина, А.А. Колесникова и др. Для линейных систем условия общности положения и управляемости (по Р. Калману) являются тождественными. Для нелинейных аффинных систем, как было показано проф. В.А. Олейниковым, критерий общности положения можно трактовать как условие управляемости.

Современное состояние теории и практики автоматического управления допускает различные подходы к решению задач управляемости и общности положения. Применение аппарата линейной алгебры для НС зачастую оказывается недостаточным и возникает потребность в использовании методов дифференциальной геометрии и теории групп (В.И. Арнольд, В.И. Елкин, А.П. Крищенко, В.И. Краснощёченко, Н.Б. Филимонов, П. Олвер, У.М. Уонем, Ф. Уорнер и др.). Геометрический подход даёт возможность с единых позиций производить анализ системных свойств, синтез алгоритмов управления и оптимизацию. Запись условий общности положения (УОП) в форме коммутаторов векторных полей позволяет установить схожесть и различия в критериях управляемости и общности положения изучаемых НС разных порядков, выявить новые качественные свойства поведения управляемых объектов.

Как показал сравнительный анализ, известные методы и алгоритмы исследования общности положения практически применимы для НС невысокого порядка. При повышении порядка систем существующие алгоритмы анализа УОП значительно усложняются, что препятствует их использованию для выявления новых свойств поведения НС рассматриваемых классов. Традиционные подходы обычно не учитывают структурные и функциональные особенности СУ, что могло бы существенно облегчить анализ. Разработка критериев определения общности положения для СУ произвольного порядка и создание на их основе алгоритмического и программного обеспечения способствовали бы уменьшению сроков проектирования реальных СУ. Таким образом, разработка и развитие методов исследования УОП нелинейных аффинных, в частности, полиномиальных СУ, получение новых критериев определения общности положения, создание адекватного алгоритмического и программного обеспечения являются актуальными задачами автоматического управления.

Цель диссертационной работы заключается в разработке методов исследования и критериев общности положения аффинных, в том числе полиномиальных, систем управления на основе математического аппарата дифференциальной геометрии.

Для достижения поставленной цели в диссертации решались следующие **задачи**.

1. Разработка алгебраического метода исследования общности положения нелинейных аффинных систем со скалярным и векторным управлением на основе теории дифференциальной геометрии.
2. Получение ранговых критериев общности положения для нелинейных аффинных, в частности, полиномиальных систем управления.
3. Разработка структурного метода исследования общности положения нелинейных аффинных систем управления.
4. Разработка количественных оценок близости состояния нелинейных аффинных систем к установленным границам общности положения.

5. Разработка алгоритмического и программного обеспечения анализа общности положения нелинейных аффинных систем.

6. Применение разработанных методов, критериев и алгоритмов для анализа общности положения различных технических объектов.

Объектом исследования в работе является класс нелинейных аффинных, в том числе полиномиальных, математических моделей СУ.

Предмет исследования составляет создание и развитие методов анализа общности положения нелинейных аффинных СУ, разработка адекватных критериев и оценок на основе теории дифференциальной геометрии.

Методы исследования. При получении теоретических результатов использовались методы теории дифференциальной геометрии и теории групп, теории матриц и функционального анализа, теории автоматического управления. Теоретические положения подтверждаются результатами компьютерного моделирования в среде символьных преобразований Maple.

Основные научные результаты, полученные в диссертационной работе.

1. Разработан алгебраический метод исследования общности положения нелинейных аффинных систем со скалярным и векторным управлением с использованием дифференциально-геометрического математического аппарата.

2. Получены ранговые критерии общности положения для нелинейных аффинных, в частности, полиномиальных, систем различных порядков.

3. Разработан структурный метод анализа общности положения нелинейных аффинных систем для типовых соединений звеньев.

4. Получены количественные оценки (меры) близости состояний нелинейных аффинных систем к границам общности положения.

5. Разработано алгоритмическое обеспечение для анализа общности положения аффинных систем.

Степень новизны научных результатов.

1. Разработанный алгебраический метод исследования общности положения нелинейных аффинных систем, в отличие от известных, базируется на математическом аппарате дифференциальной геометрии и теории групп, что позволяет на единой основе определять достаточные условия общности положения и выявлять в пространстве состояний инвариантные к управлению многообразия, которые необходимо учитывать при синтезе и оптимизации.

2. Полученные ранговые критерии общности положения, отличающиеся использованием коммутаторов векторных полей, применимы для нелинейных аффинных систем произвольных порядков с векторным управлением. Для аффинных систем второго порядка найденный критерий общности положения определяется собственными свойствами объекта и не

зависит от приложенного управления. Для полиномиальных систем полученный критерий, в отличие от известных, позволяет установить связь общности положения с функциональными особенностями нелинейностей.

3. Разработанный структурный метод анализа общности положения учитывает типовые структуры соединений звеньев, что позволяет установить связь общности положения со структурными особенностями нелинейных систем.

4. Предложенные количественные оценки (меры), основанные на сингулярном разложении прямоугольных матриц, позволяют определить близость состояния нелинейных аффинных систем к границам допустимых областей выполнения условий общности положения.

5. Алгоритмическое обеспечение для анализа общности положения аффинных систем, реализованное в программной среде символьной математики Maple, обладает полнотой и универсальностью. Предложенные алгоритмы характеризуются единообразием их построения.

Степень достоверности научных результатов. Достоверность научных положений, результатов и выводов подтверждается: корректным использованием апробированных методов исследования; сравнением результатов анализа и вычислительных экспериментов по разработанным методам, алгоритмам и программам с известными; обсуждением полученных результатов на представительных научных конференциях и экспертизой публикаций в ведущих научных изданиях.

Практическая ценность. Практическая ценность полученных результатов заключается в разработанных критериях и оценках, алгоритмическом и программном обеспечении для установления управляемости и общности положения, позволяющих сократить время проектирования и повысить качество проектов, предотвратить аварийные ситуации в процессе эксплуатации. Они могут быть использованы в различных отраслях промышленности при создании автоматизированных систем научных исследований и проектирования современных систем автоматического управления техническими объектами и технологическими процессами.

Реализация результатов. Работа выполнена на кафедре Автоматики и процессов управления Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета «ЛЭТИ» и связана с проведением автором ряда госбюджетных работ по заданию Министерства образования и науки РФ.

Полученные в работе результаты внедрены в практику проектирования СУ технологическими процессами производства резинотехническими изделиями ЗАО «Петрошина» г. Санкт-Петербурга, а также используются в учебном процессе на кафедре Автоматики и процессов управления СПбГЭТУ «ЛЭТИ», о чём имеются соответствующие акты.

Положения диссертационной работы, выносимые на защиту

1. Алгебраический и структурный методы исследования общности положения нелинейных аффинных СУ с использованием дифференциально-геометрического математического аппарата.
2. Ранговый критерий общности положения для нелинейных аффинных СУ произвольных порядков.
3. Количественная оценка близости состояния нелинейной аффинной системы к установленной границе общности положения.

Апробация работы. Основные положения работы докладывались и обсуждались на Всероссийских научных конференциях «Управление и информационные технологии» в 2003, 2005, 2006, 2008 гг., одиннадцатой и двенадцатой международной студенческой олимпиаде по автоматическому управлению (Балтийская олимпиада – ВОАС 2006, 2008), международной научной конференции «Системный синтез и прикладная синергетика – 2006», 4-й Всероссийской научно-практической конференции «Системы управления электротехническими объектами», межвузовской научной конференции «Завалишинские чтения – 2008», а также на конференциях профессорско-преподавательского состава СПбГЭТУ «ЛЭТИ» в 2005–2008 годах.

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в пятнадцати печатных работах, в том числе в пяти журнальных статьях (две из них из перечня ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, рекомендованных ВАК для публикации основных научных результатов) и в десяти сборниках материалов международных и всероссийских научно-технических конференций.

Структура и объём работы. Работа состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы, двух приложений, изложенных на 145 страницах основного текста, содержит 17 рисунков, 4 таблицы. Список литературы включает 144 работы.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы диссертационной работы, сформулированы цель и основные задачи исследования, положения, выносимые на защиту, показана научная новизна и значимость работы, перечислены методы исследований.

Первая глава посвящена обзору методов исследования управляемости и общности положения НС. Анализ известных работ по управляемости и общности положения показал, что проблема исследования указанных системных свойств полностью не решена. Приводятся основные понятия и определения теории управляемости и общности положения. В качестве объектов исследования выбраны математические нелинейные модели СУ – аффинные и полиномиальные системы. Дано обоснование выбора математического аппарата для проведе-

ния исследований – метода дифференциальной геометрии и теории алгебр и групп Ли, сформулированы цель и задачи диссертационной работы.

Синтезу алгоритмов управления должны предшествовать исследования, направленные на установление принципиальных возможностей осуществления процессов управления в заданной системе (объекте). Эти возможности в значительной степени выявляются при изучении свойства системы, которое принято называть управляемостью. В основе поиска возможных управлений для нелинейных объектов лежат УОП. Вытекающие из соотношений принципа максимума Л.С. Понтрягина, УОП гарантируют однозначное нахождение оптимального по быстродействию управления исходя из основных положений указанного принципа; при этом оказывается, что функция управления кусочно-постоянная и её значениями являются вершины многогранника ограничений на управление. В работе приводятся алгебраическая и геометрическая формулировки УОП.

Для исследования НС и возникающих в них особых ситуаций в работах проф. В.А. Олейникова и его учеников был разработан математический аппарат, позволяющий определять особые траектории, зависящие в явном виде от координат состояния нелинейного объекта. При этом утверждалось, что УОП представляют собой критерий управляемости для НС рассматриваемого класса. Утверждение подкреплялось анализом многочисленных примеров, из которого следовало, что УОП позволяют определять не только размерность пространства управления, но и особые поверхности этого пространства. Таким образом, применение методов качественного исследования управляемости и общности положения нелинейных объектов направлено на обнаружение новых закономерностей, обусловленных природой протекающих физических процессов и структурой этих объектов. Выявляемые в пространстве состояний особые многообразия представляют собой соотношения – инварианты во времени – связывающие между собой координаты и параметры объектов.

Выполнение УОП в виде соответствующего рангового критерия указывает на существование управления из определённого класса функций (кусочно-постоянных, непрерывных, измеримых), которое переводит объект из одного состояния в другое.

Как показывает анализ ММ реальных объектов, многие из них являются аффинными и могут быть представлены векторно-матричным дифференциальным уравнением (ДУ) вида

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(\mathbf{x}) + \mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{u}, \quad (1)$$

где $\mathbf{x} \in R^n$ – n -мерный вектор-столбец координат, $\mathbf{A}(\mathbf{x})$ и $\mathbf{B}(\mathbf{x})$ – гладкие (дифференцируемые необходимое количество раз) функциональные матрицы с элементами $f_1(x_1, x_2, \dots, x_n)$, $f_2(x_1, x_2, \dots, x_n)$, ..., $f_n(x_1, x_2, \dots, x_n)$ и $f_{ij}(x_1, x_2, \dots, x_n)$, $i = 1, 2, \dots, n$, $j = 1, 2, \dots, m$ соответст-

венно, $\mathbf{u} \in R^m$ – m -мерный вектор-столбец управлений u_1, u_2, \dots, u_m . Предполагается, что ДУ (1) удовлетворяет известным условиям существования и единственности.

Если матрицы $\mathbf{A}(\mathbf{x})$ и $\mathbf{B}(\mathbf{x})$ состоят из элементов, заданных полиномами, то такие системы называются полиномиальными. Описание полиномиальной системы имеет вид:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} \sum c_{1I} x_1^{i_1} x_2^{i_2} \dots x_n^{i_n} \\ \sum c_{2I} x_1^{i_1} x_2^{i_2} \dots x_n^{i_n} \\ \dots \\ \sum c_{nI} x_1^{i_1} x_2^{i_2} \dots x_n^{i_n} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sum d_{1I} x_1^{i_1} x_2^{i_2} \dots x_n^{i_n} \\ \sum d_{2I} x_1^{i_1} x_2^{i_2} \dots x_n^{i_n} \\ \dots \\ \sum d_{nI} x_1^{i_1} x_2^{i_2} \dots x_n^{i_n} \end{pmatrix} \mathbf{u}, \quad (2)$$

где $I = (i_1, i_2, \dots, i_n)$ – мультииндекс, c_{iI}, d_{iI} , $i = 2, 3, \dots, n$ – коэффициенты полиномов, зависящие только от I .

Функциональная матрица

$$\mathbf{D}_n = [\mathbf{B}_1(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \quad \mathbf{B}_2(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \quad \dots \quad \mathbf{B}_n(\mathbf{x}, \mathbf{u})],$$

где элементы $\mathbf{B}_j(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ определяются рекуррентным образом

$$\mathbf{B}_1(\mathbf{x}) = \mathbf{B}(\mathbf{x}), \quad \mathbf{B}_j(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \frac{d\mathbf{B}_{j-1}(\mathbf{x}, \mathbf{u})}{d\mathbf{x}} (\mathbf{A}(\mathbf{x}) + \mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{u}) - \left(\frac{d\mathbf{A}(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}} + \frac{d\mathbf{B}(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}} \mathbf{u} \right) \mathbf{B}_{j-1}(\mathbf{x}, \mathbf{u}); \quad j = 2, 3, \dots, n,$$

получила название матрицы УОП для аффинных систем.

При разработке методов исследования и критериев общности положения для СУ представленного вида (1) и (2) целесообразно учитывать структурные особенности их построения.

Вторая глава посвящена разработке методов исследования и критериев общности положения аффинных и полиномиальных СУ на основе теории дифференциальной геометрии. Основываясь на выражениях для скобок Ли различных порядков, а также используя свойства коммутатора векторных полей, для аффинной системы n -го порядка со скалярным управлением получена матрица УОП

$$\mathbf{D}_n = [\text{ad}_A^0 \mathbf{B}(\mathbf{x}) \quad \text{ad}_A^1 \mathbf{B}_1(\mathbf{x}, u) + \text{ad}_B^1 \mathbf{B}_1(\mathbf{x}, u) \quad \dots \quad \text{ad}_A^1 \mathbf{B}_{n-1}(\mathbf{x}, u) + \text{ad}_B^1 \mathbf{B}_{n-1}(\mathbf{x}, u)u],$$

причем скобки Ли нулевого и первого порядка, составляющие матрицу, определяются выражениями $\text{ad}_A^0 \mathbf{B}(\mathbf{x}) = \mathbf{B}(\mathbf{x})$ и $\text{ad}_A^1 \mathbf{B}(\mathbf{x}) = [\mathbf{A}(\mathbf{x}), \mathbf{B}(\mathbf{x})](\mathbf{x}) = \frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{A}(\mathbf{x}) - \frac{\partial \mathbf{A}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{B}(\mathbf{x})$ соответственно.

Критерием общности положения для НС произвольного порядка является выполнение рангового условия

$$\text{rank } \mathbf{D}_n = n$$

для любого момента времени. Другими словами, ранг матрицы \mathbf{D}_n при движении системы не меняется и равен n .

Наличие управления в выражениях элементов, составляющих матрицу УОП, весьма усложняет исследование общности положения НС. На основе рекуррентного представления

$\mathbf{B}_j(\mathbf{x}, u) = \text{ad}_A^1 \mathbf{B}_{j-1}(\mathbf{x}, u) + \text{ad}_B^1 \mathbf{B}_{j-1}(\mathbf{x}, u)u = [\mathbf{A}(\mathbf{x}), \mathbf{B}_{j-1}(\mathbf{x}, u)] + [\mathbf{B}(\mathbf{x}), \mathbf{B}_{j-1}(\mathbf{x}, u)]u$, $j = 2, 3, \dots, n$ сформулированы условия инвариантности матрицы \mathbf{D}_n к управлению u . Для этого достаточно, чтобы в точке пространства, где вычисляется коммутатор, выполнялись условия

$$\text{ad}_B^1 \mathbf{B}_{j-1}(\mathbf{x}, u) = 0, \quad j = 2, 3, \dots, n,$$

т. е. направления векторов $\mathbf{B}(\mathbf{x})$ и $\mathbf{B}_{j-1}(\mathbf{x})$ совпадали. При выполнении этих условий для всех $\mathbf{B}_{j-1}(\mathbf{x})$, $j = 2, 3, \dots, n$ по отношению к вектору $\mathbf{B}(\mathbf{x})$, матрица УОП приобретает вид

$$\mathbf{D}_n = [\text{ad}_A^0 \mathbf{B}(\mathbf{x}) \quad \text{ad}_A^1 \mathbf{B}_1(\mathbf{x}) \quad \dots \quad \text{ad}_A^1 \mathbf{B}_{n-1}(\mathbf{x})].$$

Разработаны критерии общности положения для аффинных систем второго и третьего порядка со скалярным управлением. Для СУ 2-го порядка матрица УОП

$$\mathbf{D}_2 = (\mathbf{B} \quad [\mathbf{A}(\mathbf{x}), \mathbf{B}(\mathbf{x})]).$$

Элементы матрицы УОП и, соответственно, её ранг (детерминант), не зависят от u . Случаи потери общности положения определяются исключительно собственными свойствами СУ.

Матрица УОП для систем 3-го порядка

$$\mathbf{D}_3 = [\text{ad}_A^0 \mathbf{B}(\mathbf{x}) \quad \text{ad}_A^1 \mathbf{B}(\mathbf{x}) \quad \text{ad}_A^2 \mathbf{B}(\mathbf{x}) - \text{ad}_B^2 \mathbf{A}(\mathbf{x})u],$$

где $\text{ad}_A^2 \mathbf{B}(\mathbf{x}) = [\mathbf{A}(\mathbf{x}), \text{ad}_A^1 \mathbf{B}(\mathbf{x})](\mathbf{x})$. Матрица УОП и, следовательно, её ранг в общем случае зависят от управления u . Достаточное условие инвариантности матрицы \mathbf{D}_3 к u :

$$\text{ad}_B^2 \mathbf{A}(\mathbf{x}) = 0.$$

Для установления общности положения аффинных систем с векторным управлением с использованием теории дифференциальной геометрии получена матрица УОП

$$\mathbf{D}_{mm} = [\text{ad}_A^0 \mathbf{G}_1(\mathbf{x}) \dots \text{ad}_A^0 \mathbf{G}_m(\mathbf{x}) \quad \text{ad}_A^1 \mathbf{G}_1(\mathbf{x}) \dots \text{ad}_A^1 \mathbf{G}_m(\mathbf{x}) \quad \text{ad}_A^1 \mathbf{B}_{21}(\mathbf{x}, u_1) + \text{ad}_{G_1(\mathbf{x})}^1 \mathbf{B}_{21}(\mathbf{x}, u_1)u_1 \dots \\ \text{ad}_A^1 \mathbf{B}_{(n-1)1}(\mathbf{x}, u_1) + \text{ad}_{G_1(\mathbf{x})}^1 \mathbf{B}_{(n-1)1}(\mathbf{x}, u_1)u_1 \dots \text{ad}_A^1 \mathbf{B}_{(n-1)m}(\mathbf{x}, u_m) + \text{ad}_{G_m}^1 \mathbf{B}_{(n-1)m}(\mathbf{x}, u_m)u_m],$$

где $\mathbf{G}_j(\mathbf{x})$, $j = 1, 2, \dots, m$ – j -е столбцы матрицы $\mathbf{B}(\mathbf{x})$.

Критерием общности положения является выполнение равенства

$$\text{rank } \mathbf{D}_{mm} = n$$

в любой момент времени.

Достаточное условие инвариантности матрицы УОП к управлению сводится к выполнению

$$\text{ad}_{G_j(\mathbf{x})}^1 \mathbf{B}_{(i-1)j}(\mathbf{x}, u_j) = 0.$$

Показано, что для аффинных систем второго порядка с векторным управлением матрица УОП будет иметь представление:

$$\mathbf{D}_{22} = (\mathbf{B}(\mathbf{x}) \quad [\mathbf{A}(\mathbf{x}), \mathbf{G}_1(\mathbf{x})] \quad [\mathbf{A}(\mathbf{x}), \mathbf{G}_2(\mathbf{x})]).$$

Ранговый критерий общности положения не зависит от управления u .

Метод исследования общности положения для аффинных систем был распространен на класс полиномиальных систем вида (2). Рассмотрен случай, когда описание ОУ 2-го порядка представлено линейными бинарными формами (бинарные системы). В целом же метод применим и для более сложного описания ОУ (квадратичные и кубические, тернарные формы). Выявлены особые случаи, приводящие к потере общности положения, которые соответствуют различным механизмам понижения степени полиномиальной функции определителя матрицы УОП.

Третья глава посвящена разработке структурного метода анализа общности положения аффинных систем. Решается задача установления связи между свойством общности положения НС рассматриваемого класса с их структурными особенностями. Разработан метод исследования общности положения для объектов типовых структур, допускающих последовательное и параллельное соединения произвольного числа обобщённых нелинейных звеньев (ОНЗ).

Для типовых соединений ОНЗ получены представления матриц УОП, по которым устанавливается связь общности положения со структурой, тем самым упрощая анализ. Сформулированы частные критерии общности положения для аффинных ОУ 2-го и 3-го порядков, заданных типовыми соединениями ОНЗ, отличающиеся сравнительной простотой и компактностью записи.

Для объектов с последовательным соединением произвольного числа ОНЗ (рис. 1а) матрица УОП имеет верхнетреугольную структуру, а её детерминант определяется только диагональными элементами. Эта особенность структуры позволяет выявлять нелинейности, не влияющие на общность положения.

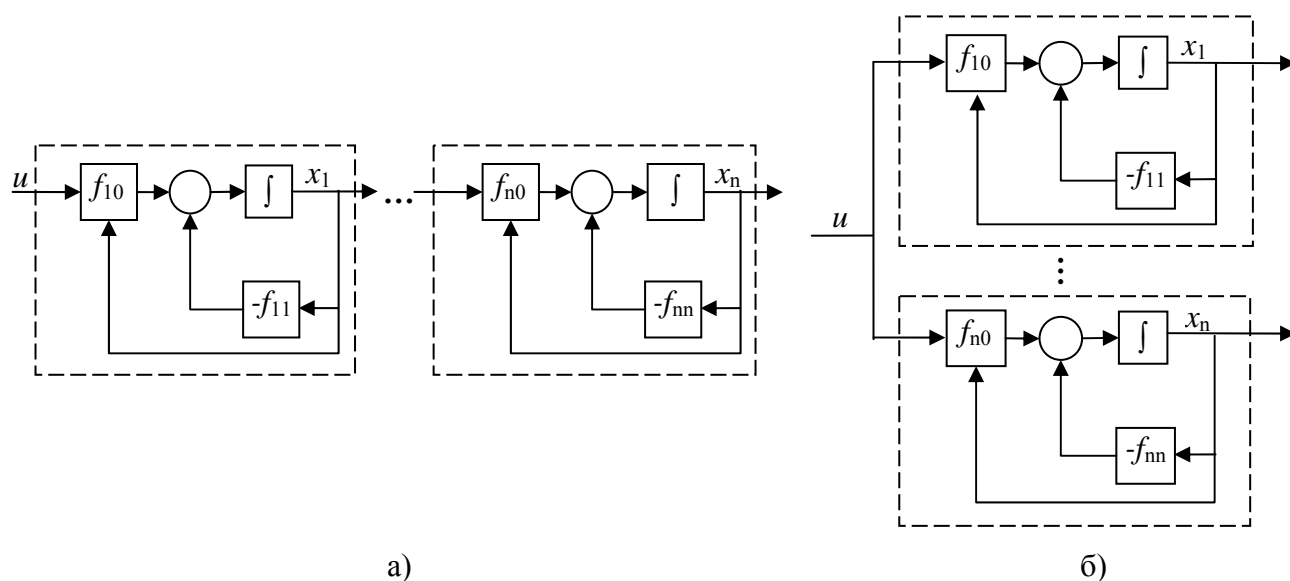


Рис. 1. Типовые соединения ОНЗ

Делается утверждение, что если среди n ОНЗ, включенных параллельно (рис. 1б), имеется m одинаковых, то объект будет обладать общностью положения в пространстве $R^{n-(m+1)}$. Выявлено, при каких условиях это пространство может содержать особые поверхности (точки, кривые), на которых нарушаются УОП. Реальные промышленные объекты часто содержат параллельно включенные устройства, описываемые идентичными ОНЗ, что, как показано, упрощает исследование общности положения.

Четвертая глава посвящена получению количественных оценок общности положения нелинейных аффинных систем. Установление общности положения и управляемости систем на основе «пороговых» критериев часто является недостаточным для формирования инженерного подхода к решению разнообразных задач анализа и синтеза, ибо имеет сугубо качественный характер. На практике всегда важно знать, в какой мере объект является управляемым по той или иной координате или в целом, т. е. существенное значение приобретает вопрос о количественных оценках (мерах) общности положения и управляемости. Понятие меры общности положения должно не только определять строгую границу между выполнением критерия общности положения и его невыполнением, но также учитывать степень близости состояния СУ к этой границе.

В работе ставится и решается задача получения количественных оценок (мер) общности положения для систем со скалярным управлением. Предлагаемый подход к построению количественных оценок для анализа общности положения нелинейных ОУ базируется на использовании сингулярных разложений прямоугольных матриц. Для любого фиксированного i -го набора $\mathbf{x}_i(t)$ и $u_i(t)$ матрица УОП

$$\mathbf{D}_{n_i} = [\mathbf{B}_1(\mathbf{x}_i(t)) \quad \mathbf{B}_2(\mathbf{x}_i(t), u_i(t)) \quad \dots \quad \mathbf{B}_n(\mathbf{x}_i(t), u_i(t))],$$

а её размер $(n \times n)$. Сингулярное разложение матрицы УОП:

$$\mathbf{D}_{n_i} = \mathbf{P}_i \cdot \mathbf{Q}_i \cdot \mathbf{R}_i^T,$$

где \mathbf{P}_i – ортогональная матрица размера $(n \times n)$, построенная из собственных векторов матрицы $\mathbf{D}_{n_i} \mathbf{D}_{n_i}^T$, \mathbf{R}_i – ортогональная матрица размера $(n \times n)$, построенная из собственных векторов матрицы $\mathbf{D}_{n_i}^T \mathbf{D}_{n_i}$.

Квадратная блочная матрица \mathbf{Q}_i размера $(n \times n)$ имеет специальную структуру

$$\mathbf{Q}_i = (\mathbf{M}_i \quad \mathbf{0}),$$

где $\mathbf{M}_i = \text{diag}(\mu_{i_1}, \mu_{i_2}, \dots, \mu_{i_n})$, а остальные элементы матрицы \mathbf{Q}_i равны нулю. Элементами квадратной матрицы \mathbf{M}_i являются сингулярные числа $\mu_{i_1}, \mu_{i_2}, \dots, \mu_{i_n}$ матрицы УОП \mathbf{D}_{n_i} , расположенные в порядке их убывания (невозрастания).

Величина, обратная спектральному числу обусловленности матрицы \mathbf{M}_i

$$\xi_i = \frac{1}{\text{Cond}2(\mathbf{M}_i)} = \frac{\mu_{i_n}}{\mu_{i_1}},$$

может представлять количественную меру общности положения системы для фиксированного набора $\mathbf{x}_i(t)$, $u_i(t)$. Для скалярного управления ($u \in R^1$) матрица УОП является квадратной и, следовательно, мерой общности положения для i -го набора может служить величина, обратная спектральному числу обусловленности матрицы \mathbf{D}_{n_i} :

$$\xi_i = \frac{1}{\text{Cond}2(\mathbf{D}_{n_i})}.$$

На практике рекомендуется, чтобы значения ξ_i не располагались близко к нулю, а именно: не попадали в интервал $[0 \div 0,1]$. Для систем, функционирующих в условиях большой неопределенности моделей объекта и внешней среды, а также при повышенных требованиях к работоспособности, следует выбирать более широкий интервал значений.

В качестве обобщенной количественной меры общности положения для нелинейных систем, определяемой по всем i -м наборам $\mathbf{x}(t_i)$, $u(t_i)$ при фиксированном управлении u может служить величина

$$\xi_u = \inf_i \frac{1}{\text{Cond}2(\mathbf{M}_i)} = \inf_i \frac{\mu_{i_n}}{\mu_{i_1}}.$$

На использовании обобщенной меры основано сравнительное количественное оценивание общности положения нелинейных систем при различных управлениях.

Применение количественных оценок позволяет целенаправленно корректировать структуру и параметры моделей объектов и может служить методологической базой в задачах поиска оптимальных (или приемлемых) управлений.

Пятая глава посвящена разработке алгоритмического и программного обеспечения анализа общности положения НС, а также исследованию общности положения конкретного технического ОУ – газоструйной мельницы.

Решение задач анализа общности положения с использованием разработанных в работе методов приводит к алгебраизации этих задач в терминах коммутаторов векторных полей различных порядков. В процессе решения используются полученные рекуррентные аналитические соотношения, упрощающие процедуру вычисления векторов, составляющих блочную матрицу УОП. Эти обстоятельства обуславливают также сокращение объема и времени вычислений, необходимых для получения ранга (определителя) функциональной матрицы УОП в символьном виде. Использование в работе мощного встроенного языка пакета символьной

математики *Maple* и развитые средства визуализации результатов вычислений делают возможным эффективную программную реализацию алгоритмов исследования общности положения с применением двух- и трехмерной графики.

Алгоритм определения УОП нелинейных аффинных систем произвольного порядка со скалярным управлением представлен на рис. 2.

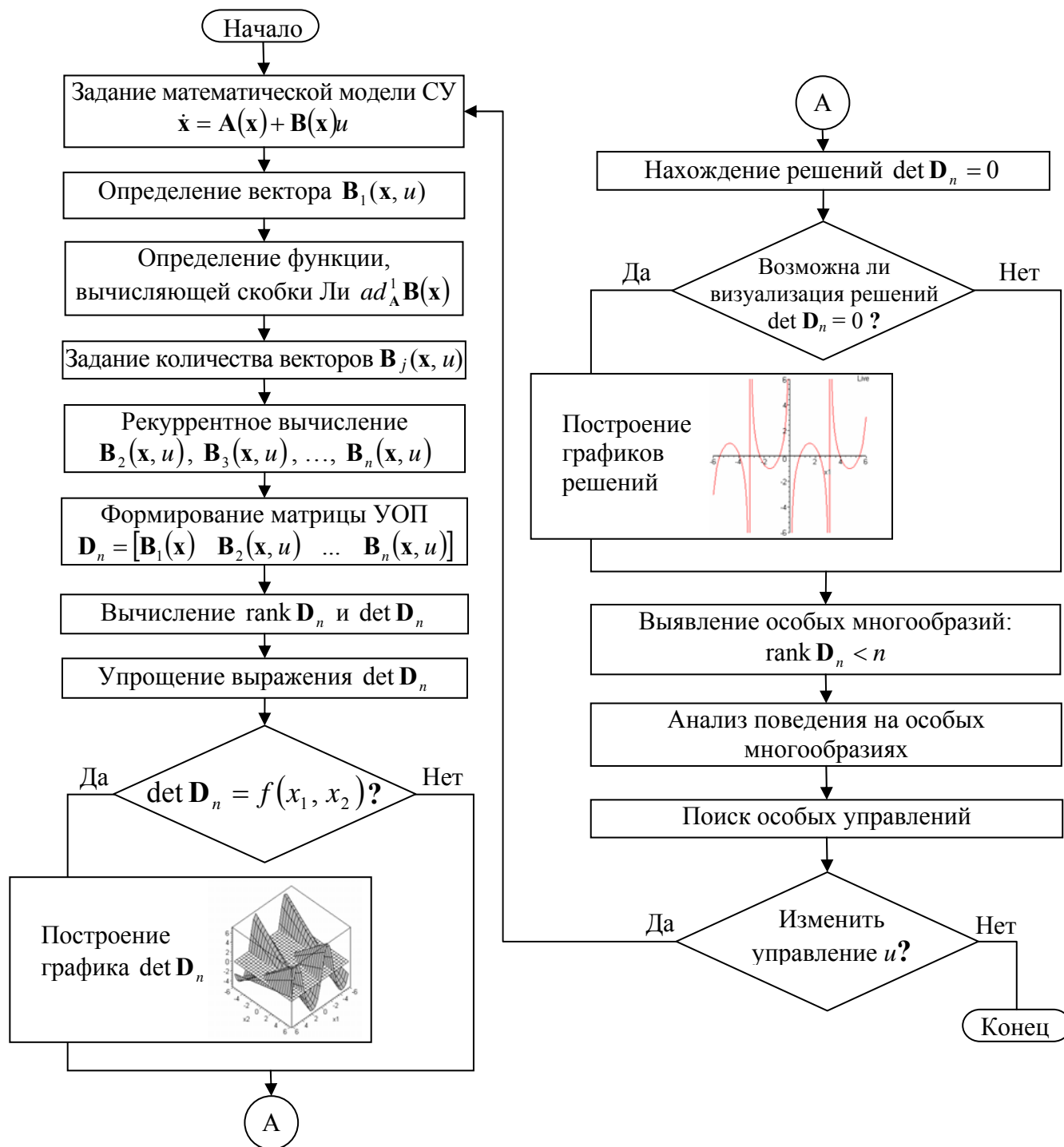


Рис. 2. Алгоритм определения УОП нелинейных аффинных систем произвольного порядка со скалярным управлением

Предложенный алгоритм реализован в программной среде *Maple* для систем до четвертого порядка включительно. Объективных технических трудностей, препятствующих программной реализации алгоритмов анализа общности положения для систем высокого порядка, нет. Вместе с тем, программное обеспечение для определения УОП систем высокого порядка может включать в себя анализ структурных особенностей, что не требуется для систем низкого порядка. Также могут итеративно вычисляться меры близости состояния системы к границе общности положения, что повышает эффективность исследования.

Разработана ММ сложного ОУ – струйной мельницы, для которой производился анализ общности положения. Модель основана на представлении процесса измельчения и разделения материала как последовательности операций, связанных с разгоном материала до необходимых скоростей, измельчения в помольной камере, его транспортирования и разделения в циклонной части.

Модель ОУ представляется смешанным соединением нелинейных звеньев, замкнутых обратными связями. Показано, что максимальная размерность пространства, в котором происходит управление, равна четырём, но возможно снижение её на единицу. Была составлена упрощенная ММ процесса, в которой взаимный удар двух встречных струй заменён ударом одной струи о преграду. Исследование такой ММ показало, что размерность исследуемого пространства понижается на единицу. В работе предложено два пути анализа общности положения: 1) на основе решения системы ДУ; 2) с помощью разработанных критериев, не требующих решения ДУ.

В заключении сформулированы основные выводы по диссертационной работе в целом.

В приложении приведены примеры исследования общности положения технических объектов различного назначения с использованием пакета *Maple*. В состав рассмотренных объектов входят нелинейные элементы с одним или несколькими входами, допускающие описание гладкими характеристиками.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

В диссертационной работе получены научные и практические результаты, составляющие теоретическую, методическую и алгоритмическую основу анализа общности положения нелинейных аффинных, в том числе полиномиальных, СУ, которые сводятся к следующему.

1. Разработан алгебраический метод исследования общности положения нелинейных аффинных систем со скалярным и векторным управлением на основе теории дифференциальной геометрии.

2. Получены ранговые критерии общности положения для нелинейных аффинных СУ и, в частности, для полиномиальных систем, на основе которых были установлены связи общности положения с функциональными особенностями нелинейностей.

3. Разработан структурный метод исследования общности положения нелинейных аффинных СУ, позволивший найти закономерности в образовании областей управляемости объектов, имеющих различные типовые соединения звеньев.

4. Разработаны количественные оценки близости состояния нелинейных аффинных систем к установленным границам общности положения.

5. Разработано алгоритмическое и программное обеспечение для анализа общности положения нелинейных аффинных систем.

6. Произведена апробация методов, критериев и алгоритмов на математических моделях различных технических объектов с известными динамическими свойствами с целью подтверждения справедливости основных теоретических положений и выводов.

7. Произведено исследование условий общности положения полученной в работе математической модели нелинейного объекта (струйной мельницы). Найдены области существования допустимого управления. Даны практические рекомендации по управляемости объекта.

Дальнейшие исследования целесообразно проводить в направлениях развития методов синтеза нелинейных аффинных систем и оптимальных управлений, базирующихся на критериях общности положения, и расширения класса исследуемых нелинейных систем.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

Публикации в изданиях, рекомендованных ВАК России:

1. Душин, С.Е. Анализ условий общности положения нелинейных систем методами дифференциальной геометрии [Текст] / А.В. Баранов, С.Е. Душин // Мехатроника, автоматизация, управление. – М.: Изд-во «Новые технологии», 2006, №5. – С. 2-6.
2. Душин, С.Е. Анализ условий общности положения нелинейных систем с несколькими управляющими воздействиями методами дифференциальной геометрии [Текст] / А.В. Баранов, С.Е. Душин // Мехатроника, автоматизация, управление. – М.: Изд-во «Новые технологии», 2007, №3. – С. 9-12.

Другие статьи и материалы конференций:

3. Баранов, А.В. Исследование общности положения аффинных систем с векторным управлением методом дифференциальной геометрии [Текст] / А.В. Баранов // Известия СПбГЭТУ «ЛЭТИ», серия «Информатика, управление и компьютерные технологии». – СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2007, №2. – С. 71-74.

4. Баранов, А.В. Исследование общности положения типовых соединений нелинейных звеньев со скалярным управлением методом дифференциальной геометрии [Текст] / А.В. Баранов // Известия СПбГЭТУ «ЛЭТИ», серия «Информатика, управление и компьютерные технологии». – СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2007, №3. – С. 45-49.
5. Баранов, А.В. Количественные оценки общности положения нелинейных систем со скалярным управлением [Текст] / А.В. Баранов // Известия СПбГЭТУ «ЛЭТИ». – СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2008, №5. – С. 11-16.
6. Душин, С.Е. Условия потери управляемости по заданным функциям состояний равновесия для нелинейных объектов, представленных статическими моделями [Текст] / А.В. Баранов, С.Е. Душин // Сб. тр. Всерос. науч. конф. «Управление и информационные технологии – 2003». – Т. 1. – СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2003. – С. 92-97.
7. Душин, С.Е. Исследование условий общности положения нелинейных систем с использованием методов дифференциальной геометрии (скалярное управление) [Текст] / А.В. Баранов, С.Е. Душин // Сб. докл. Всерос. науч. конф. «Управление и информационные технологии – 2005». – Т.1. – СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2005. – С. 77-85.
8. Baranov, A.V. Analysis of State Commonness Condition of Nonlinear Systems with Differential Geometry Methods (Анализ общности положения нелинейных систем методами дифференциальной геометрии) [Текст] / A.V. Baranov // Preprints of 11th International Student Olympiad on Automatic Control (Baltic Olympiad). – Saint-Petersburg: SPb State University of Information Technologies, Mechanics and Optics, 2006. – PP. 56-60.
9. Душин, С.Е. Исследование аффинных систем с векторным управлением на общность положения с использованием дифференциально-геометрического метода [Текст] / А.В. Баранов, С.Е. Душин // Сб. докл. межд. науч. конф. «Системный синтез и прикладная синергетика – 2006». – Пятигорск: РИА-КМВ, 2006. – С. 334-337.
10. Баранов, А.В. Дифференциально-геометрический критерий общности положения для аффинных систем второго порядка с векторным управлением [Текст] / А.В. Баранов // Сборник докладов Международной научной конференции «Системный синтез и прикладная синергетика – 2006». – Т. 2. Пятигорск: РИА-КМВ, 2006. – С. 141-145.
11. Душин, С.Е. Исследование условий общности положения нелинейных систем с использованием методов дифференциальной геометрии (векторное управление) [Текст] / А.В. Баранов, С.Е. Душин // Сб. докл. Всерос. науч. конф. «Управление и информационные технологии – 2006». – СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2006. – С. 86-91.
12. Баранов, А.В. Критерий общности положения аффинных систем с векторным управлением [Текст] / А.В. Баранов // Системы управления электротехническими объектами: Тр. 4-ой Всерос. науч.-практ. конф. – Тула: Изд-во ТулГУ, 2007. – С. 128-130.

13. Баранов, А.В. Количественное оценивание общности положения аффинных нелинейных систем управления [Текст] / А.В. Баранов // Завалишинские чтения: Сборник докладов. – СПб.: ГУАП, 2008. – С. 19-22.
14. Baranov, A.V. Quantitative Measures of State Commonness of Nonlinear Systems with Scalar Control (Количественные оценки общности положения нелинейных систем со скалярным управлением) [Текст] / A.V. Baranov // Preprints of 12th International Student Olympiad on Automatic Control (Baltic Olympiad). – Saint-Petersburg: SPb State Polytechnical University, SPb State University of Information Technologies, Mechanics and Optics, 2008. – PP. 57-61.
15. Душин, С.Е. Количественные оценки общности положения аффинных нелинейных систем управления [Текст] / А.В. Баранов, С.Е. Душин // Управление и информационные технологии (УИТ-2008): Доклады 5-й научной конференции, Санкт-Петербург, 14-16 окт. 2008 г. – СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2008. – Т. 1. – С. 98-102.